INSO
7532-6
1st.Edition
2017
Identical with
ISO 7870-6:
2016

جمهوری اسلامی ایران
Islamic Republic of Iran
سازمان ملی استاندارد ایران
Iranian National Standardization Organization

استاندارد ملی ایران
۷۵۳۲-۶
چاپ اول
۱۳۹۵

نمودارهای کنترل-
قسمت ۶: نمودارهای کنترل EWMA

Control charts-
Part 6:
EWMA control charts

ICS: 03.120.30

سازمان ملی استاندارد ایران

تهران، ضلع جنوب غربی میدان ونک، خیابان ولیعصر، پلاک ۲۵۹۲

صندوق‌پستی: ۶۱۳۹-۱۴۱۵۵ تهران- ایران

تلفن: ۵-۸۸۸۷۹۴۶۱

دورنگار: ۸۸۸۸۷۰۸۰ و ۸۸۸۸۷۱۰۳

کرج، شهر صنعتی، میدان استاندارد

صندوق پستی: ۱۶۳-۳۱۵۸۵ کرج - ایران

تلفن: ۸-۳۲۸۰۶۰۳۱ (۰۲۶)

دورنگار: ۳۲۸۰۸۱۱۴ (۰۲۶)

رایانامه: standard@isiri.org.ir

وبگاه: http://www.isiri.org

Iranian National Standardization Organization (INSO)

No. 2592 Valiasr Ave., South western corner of Vanak Sq., Tehran, Iran

P. O. Box: 14155-6139, Tehran, Iran

Tel: + 98 (21) 88879461-5

Fax: + 98 (21) 88887080, 88887103

Standard Square, Karaj, Iran

P.O. Box: 31585-163, Karaj, Iran

Tel: + 98 (26) 32806031-8

Fax: + 98 (26) 32808114

Email: standard@isiri.org.ir

Website: http://www.isiri.org

به نام خدا

آشنایی با سازمان ملی استاندارد ایران

سازمان ملی استاندارد ایران به موجب بند یک مادهٔ ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات مؤسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱ تنها مرجع رسمی کشور است که وظیفهٔ تعیین، تدوین و نشر استانداردهای ملی (رسمی) ایران را به عهده دارد.

تدوین استاندارد در حوزه‌های مختلف در کمیسیون‌های فنی مرکب از کارشناسان سازمان، صاحب‌نظران مراکز و مؤسسات علمی، پژوهشی، تولیدی و اقتصادی آگاه و مرتبط انجام می‌شود و کوششی همگام با مصالح ملی و با توجه به شرایط تولیدی، فناوری و تجاری است که از مشارکت آگاهانه و منصفانهٔ صاحبان حق و نفع، شامل تولیدکنندگان، مصرف‌کنندگان، صادرکنندگان و واردکنندگان، مراکز علمی و تخصصی، نهادها، سازمان‌های دولتی و غیردولتی حاصل می‌شود. پیش‌نویس استانداردهای ملی ایران برای نظرخواهی به مراجع ذی‌نفع و اعضای کمیسیون‌های مربوط ارسال می‌شود و پس از دریافت نظرها و پیشنهادها در کمیتهٔ ملی مرتبط با آن رشته طرح و در صورت تصویب، به عنوان استاندارد ملی (رسمی) ایران چاپ و منتشر می‌شود.

پیش‌نویس استانداردهایی که مؤسسات و سازمان‌های علاقه‌مند و ذی‌صلاح نیز با رعایت ضوابط تعیین شده تهیه می‌کنند درکمیته ملی طرح، بررسی و درصورت تصویب، به عنوان استاندارد ملی ایران چاپ و منتشر می‌شود. بدین ترتیب، استانداردهایی ملی تلقی می‌شود که بر اساس مقررات استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۵ تدوین و در کمیتهٔ ملی استاندارد مربوط که در سازمان ملی استاندارد ایران تشکیل می‌شود به تصویب رسیده باشد.

سازمان ملی استاندارد ایران از اعضای اصلی سازمان بین‌المللی استاندارد (ISO)[1]، کمیسیون بین‌المللی الکتروتکنیک (IEC)[2] و سازمان بین‌المللی اندازه‌شناسی قانونی (OIML)[3] است و به عنوان تنها رابط[4] کمیسیون کدکس غذایی (CAC)[5] در کشور فعالیت می‌کند. در تدوین استانداردهای ملی ایران ضمن توجه به شرایط کلی و نیازمندی‌های خاص کشور، از آخرین پیشرفت‌های علمی، فنی و صنعتی جهان و استانداردهای بین‌المللی بهره‌گیری می‌شود.

سازمان ملی استاندارد ایران می‌تواند با رعایت موازین پیش‌بینی شده در قانون، برای حمایت از مصرف‌کنندگان، حفظ سلامت و ایمنی فردی و عمومی، حصول اطمینان از کیفیت محصولات و ملاحظات زیست‌محیطی و اقتصادی، اجرای بعضی از استانداردهای ملی ایران را برای محصولات تولیدی داخل کشور و/یا اقلام وارداتی، با تصویب شورای عالی استاندارد، اجباری کند. سازمان می‌تواند به منظور حفظ بازارهای بین‌المللی برای محصولات کشور، اجرای استاندارد کالاهای صادراتی و درجه‌بندی آن را اجباری کند. همچنین برای اطمینان بخشیدن به استفاده‌کنندگان از خدمات سازمان‌ها و مؤسسات فعال در زمینهٔ مشاوره، آموزش، بازرسی، ممیزی و صدور گواهی سیستم‌های مدیریت کیفیت و مدیریت زیست‌محیطی، آزمایشگاه‌ها و مراکز واسنجی (کالیبراسیون) وسایل سنجش، سازمان ملی استاندارد این‌گونه سازمان‌ها و مؤسسات را بر اساس ضوابط نظام تأیید صلاحیت ایران ارزیابی می‌کند و در صورت احراز شرایط لازم، گواهینامهٔ تأیید صلاحیت به آن‌ها اعطا و بر عملکرد آن‌ها نظارت می‌کند. ترویج دستگاه بین‌المللی یکاها، واسنجی وسایل سنجش، تعیین عیار فلزات گرانبها و انجام تحقیقات کاربردی برای ارتقای سطح استانداردهای ملی ایران از دیگر وظایف این سازمان است.

1- International Organization for Standardization
2- International Electrotechnical Commission
3- International Organization for Legal Metrology (Organisation Internationale de Metrologie Legals)
4- Contact point
5- Codex Alimentarius Commission

کمیسیون فنی تدوین استاندارد

«نمودارهای کنترل- قسمت ۶: نمودارهای کنترل EWMA»

رئیس:	**سمت و/یا محل اشتغال:**
خاکسار حقانی دهکردی، فرهاد (دکتری ریاضی)	عضو هیئت علمی- دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهرکرد
دبیر:	
علیمحمدی نافچی، بهروز (کارشناسی ارشد ریاضی)	معاون ارزیابی انطباق- اداره کل استاندارد استان چهار محال و بختیاری
اعضا: (اسامی به ترتیب حروف الفبا)	
امینی بروجنی، حمیدرضا (کارشناسی فیزیک)	رئیس اداره اوزان و مقیاس‌ها- اداره کل استاندارد استان اصفهان
احمدی، حامد (کارشناسی مهندسی صنایع)	مدیر سیستم‌های کیفیت- واحد تولیدی قطعات خودرو تشگاز
اسماعیلی، مهراب (دکتری ریاضی)	عضو هیئت علمی- دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهرکرد
پناهی بروجنی، علی (کارشناسی مهندسی مکانیک)	مدیر سیستم‌های کیفیت و مسئول آزمایشگاه‌های تأیید صلاحیت شده- کارخانجات برفاب
خدابنده، فرشته (کارشناسی ارشد آمار)	عضو هیئت علمی- دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهرکرد
دشتی‌زاده، مرتضی (کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک)	دبیر کمیته فنی متناظر ISIRI/TC 39 و عضو کمیته فنی متناظر ISIRI/TC 213
دایی جواد، حسین (کارشناسی مهندسی متالورژی)	کارشناس انگ فلزات گرانبها- اداره کل استاندارد چهار محال و بختیاری
رستمی چالشتری، سیاوش (کارشناسی ارشد مهندسی شیمی)	رئیس کنترل فرآیند- پتروشیمی مارون
رهنما، حکیمه (کارشناسی جغرافیا)	رابط تدوین- اداره کل استاندارد چهار محال و بختیاری

اعضا: (اسامی به ترتیب حروف الفبا)	**سمت و/یا محل اشتغال:**
عدولی، علیرضا (کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک)	کارشناس سیستم کیفیت و تحلیل استانداردهای محصول- شرکت سایپا
محمودی، بهزاد (کارشناسی ارشد آمار)	کارشناس اداره آمار اقتصادی- بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران
محمد علیپور، عارف (کارشناسی ارشد مهندسی صنایع)	کارشناس تضمین کیفیت- اداره کل استاندارد چهار محال و بختیاری
علیرضایی شهرکی، منصور (کارشناسی ارشد مهندسی صنایع)	کارشناس سیستم‌های کیفیت- سازمان صنعت، معدن و تجارت چهار محال و بختیاری
فروزنده سامانی، محمد (کارشناسی مهندسی برق)	مسئول ادارهٔ فناوری اطلاعات- اداره کل استاندارد چهار محال و بختیاری
کارگر، عباس (دکتری مهندسی برق)	عضو هیئت علمی و مدیر مرکز رشد واحدهای فناور- دانشگاه شهرکرد
لوح موسوی، سمیرا (کارشناسی حسابداری)	مسئول سیستم کیفیت و امور مالی- شرکت پروفیل پارسیان هرندی
نظری دهکردی، عبدا... (کارشناسی مهندسی صنایع)	مدیرکل- استاندارد چهار محال و بختیاری
نوروزی، عباس (کارشناسی ارشد شیمی تجزیه)	مدیر مرکز رشد واحدهای فناور- پارک علم و فناوری استان چهار محال و بختیاری

ویراستار:

حیدری، غلامحسین (دکتری فیزیک)	عضو هیئت علمی- دانشگاه ملایر

فهرست مندرجات

عنوان **صفحه**

پیش‌گفتار ز
مقدمه ح
۱ هدف و دامنه کاربرد ۱
۲ مراجع الزامی ۱
۳ نمادها و اصطلاحات اختصاری ۲
۴ EWMA برای بازرسی توسط متغیرها ۳
۴-۱ کلیات ۳
۴-۲ متوسط موزون توصیف شده ۳
۴-۳ حدود کنترل برای نمودار کنترل EWMA ۵
۴-۴ رسم نمودار کنترل EWMA ۶
۴-۵ مثال ۸
۵ انتخاب نمودار کنترل ۱۲
۵-۱ نمودار کنترل شوارت در مقایسه با نمودار کنترل EWMA ۱۲
۵-۲ متوسط طول دنباله ۱۲
۵-۳ گزینش پارامترها برای نمودار کنترل EWMA ۱۳
۵-۳-۱ گزینش λ ۱۳
۵-۳-۲ گزینش L_z ۱۴
۵-۳-۳ محاسبهٔ n ۱۴
۵-۳-۴ مثال ۱۶
۶ روش اجرایی برای پیاده‌سازی نمودار کنترل EWMA ۱۶
۷ حساسیت EWMA به غیر نرمال بودن ۱۶
۸ مزیت‌ها و محدودیت‌ها ۱۶
۸-۱ مزیت‌ها ۱۶
۸-۲ محدودیت‌ها ۱۷
پیوست الف (آگاهی دهنده) کاربرد نمودار کنترل EWMA ۱۸
پیوست ب (الزامی) کاربرد نمودار کنترل EWMA برای کنترل نسبت واحدهای نامنطبق ۲۲
پیوست پ (الزامی) نمودارهای کنترل EWMA برای تعداد نامنطبق‌ها ۲۵
پیوست ت (آگاهی دهنده) اثربخشی نمودار کنترل ۲۸
کتاب‌نامه ۳۲

پیش‌گفتار

استاندارد «نمودارهای کنترل- قسمت ۶: نمودارهای کنترل EWMA» که پیش‌نویس آن در کمیسیون‌های مربوط بر مبنای پذیرش استانداردهای بین‌المللی به عنوان استاندارد ملی ایران به روش اشاره شده در مورد الف، بند ۷، استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۵ تهیه و تدوین شده، در یکصد و نود و سومین اجلاسیهٔ کمیته ملی استاندارد مدیریت کیفیت مورخ ۱۳۹۵/۱۱/۲۰ تصویب شد. اینک این استاندارد به استناد بند یک مادهٔ ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات مؤسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱، به عنوان استاندارد ملی ایران منتشر می‌شود.

استانداردهای ملی ایران بر اساس استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۵ (استانداردهای ملی ایران- ساختار و شیوهٔ نگارش) تدوین می‌شوند. برای حفظ همگامی و هماهنگی با تحولات و پیشرفت‌های ملی و جهانی در زمینه صنایع، علوم وخدمات، استانداردهای ملی ایران در صورت لزوم تجدیدنظر خواهند شد و هر پیشنهادی که برای اصلاح یا تکمیل این استانداردها ارائه شود، در هنگام تجدیدنظر در کمیسیون فنی مربوط، مورد توجه قرار خواهد گرفت. بنابراین، باید همواره از آخرین تجدیدنظر استانداردهای ملی ایران استفاده کرد.

این استاندارد ملی بر مبنای پذیرش استاندارد بین‌المللی زیر به روش «معادل یکسان» تهیه و تدوین شده و شامل ترجمه تخصصی کامل متن آن به زبان فارسی می‌باشد و معادل یکسان استاندارد بین‌المللی مزبور است:

ISO 7870-6: 2016, Control charts- Part 6: EWMA control charts

مقدمه

«این استاندارد یک قسمت از مجموعه استانداردهای ملی ایران شمارهٔ ۷۵۳۲ است».

نمودارهای کنترل شوارت[1]، رایج‌ترین روش‌های کنترل آماری می‌باشند که برای کنترل فرآیند مورد استفاده قرار می‌گیرند، اما در شیفت‌های[2] سیگنال‌دهیِ مقادیر کوچک در پارامترهای فرآیند به کُندی عمل می‌کنند. نمودارهای کنترل متوسط متحرک موزون نمایی (EWMA)[3]، تشخیص سریع‌تر شیفت‌های کوچک تا متعادل را ممکن می‌سازند.

نمودار کنترل شوارت برای پیاده‌سازی آسان بوده و سریعاً شیفت‌های مقادیر بزرگ را تشخیص می‌دهد. با این وجود، به طور منصفانه این نمودار برای تشخیص شیفت‌های مقادیر کوچک یا متعادل غیرمؤثر است. غالباً اتفاق می‌افتد که شیفت فرآیند، کُند و پیش‌رونده است (به ویژه در مورد فرآیندهای پیوسته)، این شیفت باید خیلی زود پیش از این که فرآیند به طور جدی از مقدار هدف خود منحرف شود به منظور اعمال واکنش، تشخیص داده شود. دو احتمال برای بهبود اثربخشی نمودارهای کنترل شوارت در ارتباط با شیفت‌های کوچک و متعادل وجود دارد.

- ساده‌ترین اما نه اقتصادی‌ترین احتمال، آن است که اندازهٔ زیرگروه افزایش یابد. این ممکن است همیشه به لحاظ میزان تولید پایین، اتلاف وقت و آزمون بسیار پرهزینه، امکان نداشته باشد. در نتیجه، ممکن است امکان ارائهٔ نمونه‌های اندازهٔ بیشتر از ۱ یا ۲ وجود نداشته باشد.
- دومین احتمال، در نظر گرفتن نتایج پیش از کنترلِ در شُرف وقوع به منظور سعی در تشخیص وجود شیفت در فرآیند تولید است. نمودار کنترل شوارت، تنها اطلاعات موجود در آخرین مشاهدهٔ نمونه‌ای را به حساب آورده و هر اطلاعات ارائه شده توسط توالی کل نقاط را نادیده می‌انگارد. این خصیصه، نمودار کنترل شوارت را در رابطه با شیفت‌های کوچک فرآیند، نسبتاً غیرحساس می‌سازد و اثربخشی آن، ممکن است با در نظر گرفتن نتایج قبلی بهبود یابد.

در جایی که تشخیص شیفت‌های کُند و پیش‌رونده مورد دلخواه باشد، ترجیحاً از نمودارهای ویژه‌ای که داده‌های پیشین و با هزینهٔ کنترلی متعادلِ اثربخش را در نظر می‌گیرند، استفاده می‌شود. دو گزینهٔ بسیار مؤثر برای نمودار کنترل شوارت در چنین موقعیت‌هایی به شرح زیر است:

الف- نمودار کنترل مجموع تجمعی (کوسام)[4]، این نمودار در استاندارد ISO 7870-4 توصیف شده است. نمودار کنترل کوسام با حساسیتی بیشتر از نمودار X بار[5] به شیفت مقدار میانگین در گسترهٔ نیم یا دو سیگما واکنش نشان می‌دهد. چنانچه مجموع تجمعی انحرافات میانگین‌های نمونهٔ متوالی از یک هدف مشخص حتی جزئی رسم شود، شیفت‌های دائمی در میانگین فرآیند سرانجام منجر به مجموع تجمعی انحرافات بزرگ می‌شود.

1- Shewhart
2- Shifts
3- Exponentially Weighted Moving Average
4- Cumulative Sum (CUSUM)
5- X-bar chart

بنابراین، این نمودار به ویژه برای تشخیص چنین شیفت‌های دائمی کوچک که ممکن است به هنگام استفاده از نمودار X بار، آشکار نشوند بسیار مناسب است.

ب- نمودار کنترل متوسط متحرک موزون نمایی (EWMA)، که در این استاندارد پوشش داده شده است. این نمودار، مشابه نمودار کنترل شوارت ارائه می‌شود. با این وجود، به جای قرارگیری متوسط نمونه‌های متوالی بر روی نمودار، متوسط موزونِ متوسط کنونی و متوسط موزونِ متوسط‌های پیشین پایش می‌شوند.

نمودارهای کنترل EWMA عموماً برای تشخیص شیفت‌های کوچک در میانگین فرآیند مورد استفاده قرار می‌گیرند. این نمودارها، شیفت‌های نیم سیگما تا دو سیگما را بسیار سریع‌تر تشخیص می‌دهند. با این وجود، آن‌ها در تشخیص شیفت‌های بزرگ در میانگین فرآیند کُندتر می‌باشند. نمودارهای کنترل EWMA همچنین ممکن است به هنگامی که زیرگروه‌ها از اندازهٔ n=۱ هستند، ترجیح داده شوند.

استفادهٔ مشترک از نمودار کنترل EWMA با مقدار کوچک لامبدا[1] و نمودار کنترل شوارت برای میانگین‌های تشخیص سریع تضمینی برای شیفت‌های هم کوچک و هم بزرگ توصیه می‌شود. نمودار کنترل EWMA تنها میانگین فرآیند را پایش می‌کند در حالی که برای پایش تغییرپذیری فرآیند، استفاده از بعضی شیوه‌های دیگر الزامی است.

برای تهیه و تدوین این استاندارد، منبع زیر نیز مورد استفاده قرار گرفته است:
- واژه‌ها و اصطلاحات آماری (ویرایش سوم)- مرکز آمار ایران.

1- Lambda

نمودارهای کنترل- قسمت ۶: نمودارهای کنترل EWMA

۱ هدف و دامنه کاربرد

هدف از تدوین این استاندارد، پوشش نمودارهای کنترل EWMA به عنوان یک فن کنترل آماری فرآیند به منظور تشخیص شیفت‌های کوچک در میانگین فرآیند است. این نمودار، تشخیص سریع‌تر شیفت‌های کوچک تا متعادل را در متوسط فرآیند ممکن می‌سازد. در این نمودار، متوسط فرآیند برحسب متوسط متحرک موزون نمایی برای تمامی میانگین‌های نمونهٔ پیشین ارزیابی می‌شود. EWMA، نمونه‌ها را از نظر هندسی در ترتیبی کاهشی، موزون می‌کند به طوری که اخیرترین نمونه‌ها به عالی‌ترین نحو، موزون شده در حالی که دوردست‌ترین نمونه‌ها بسته به پارامتر هموارساز (λ) بسیار اندک دخیل واقع می‌شوند.

یادآوری ۱- هدف اصلی، همان هدف نمودار کنترل شوارت است که در استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۲-۷۵۳۲ توصیف شده است.

به کارگیری نمودار کنترل شوارت در وضعیت‌های نادر به شرح زیر مفید واقع می‌شود:

ـــ نرخ تولید کُند باشد؛

ـــ روش اجرایی نمونه‌برداری و بازرسی، پیچیده و زمان‌بر باشد؛

ـــ آزمون پرهزینه باشد؛

ـــ ریسک‌های ایمنی درگیر باشند.

یادآوری ۲- نمودارهای کنترل متغیرها[1] می‌توانند برای مشاهدات منفردی که ترجیحاً از خط تولید و نه از نمونه‌های مشاهدات به دست می‌آیند، رسم شوند. این موضوع گاهی اوقات به هنگامی که آزمون نمونه‌های چند مشاهده‌ای، بسیار پُرهزینه، زحمت‌آور یا غیرممکن هستند، ضروری است. برای مثال، تعداد شکایات مشتری یا مرجوعات کالا ممکن است تنها به طور ماهانه قابل دسترس باشند، در حالی که رسم نمودار این اعداد به منظور تشخیص مشکلات کیفی مد نظر می‌باشد. دیگر کاربرد رایج این نمودارها در مواردی رخ می‌دهد که افزاره‌های آزمون خودکار، هر تک واحدی که تولید می‌شود را بازرسی می‌کنند. در آن صورت، اغلب در ابتدا تشخیص شیفت‌های کوچک در کیفیت محصول (برای مثال، زوال تدریجی کیفیت ناشی از فرسودگی ماشین‌آلات) مورد دلخواه است.

۲ مراجع الزامی[2]

در مراجع زیر ضوابطی وجود دارد که در متن این استاندارد به صورت الزامی به آنها ارجاع داده شده است. بدین ترتیب، آن ضوابط جزئی از این استاندارد محسوب می‌شوند.

در صورتی که به مرجعی با ذکر تاریخ انتشار ارجاع داده شده باشد، اصلاحیه‌ها و تجدیدنظرهای بعدی آن برای این استاندارد الزام‌آور نیست. در مورد مراجعی که بدون ذکر تاریخ انتشار به آنها ارجاع داده شده است، همواره آخرین تجدید نظر و اصلاحیه‌های بعدی برای این استاندارد الزام‌آور است.

1- Variables control charts
2- Normative references

استفاده از مراجع زیر برای کاربرد این استاندارد الزامی است:

2-1 ISO 7870-1, Control charts — Part 1: General guidelines

یادآوری- استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۱-۷۵۳۲: سال ۱۳۹۳، نمودارهای کنترل- قسمت ۱: راهنمایی‌های کلی، با استفاده از استاندارد ISO 7870-1:2014 تدوین شده است.

2-2 ISO 7870-2, Control charts — Part 2: Shewhart control charts

یادآوری- استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۲-۷۵۳۲: سال ۱۳۹۲، نمودارهای کنترل- قسمت ۲: نمودارهای کنترل شوارت، با استفاده از استاندارد ISO 7870-2:2013 تدوین شده است.

2-3 ISO 7870-4, Control charts — Part 4: Cumulative sum charts

۳ نمادها و اصطلاحات اختصاری[1]

در این استاندارد، نمادهای زیر به کار می‌روند:

μ_0 مقدار هدف برای متوسط فرآیند

$U\mu, L\mu$ مقدار متوسط بالایی قابل رد، مقدار متوسط پایینی قابل رد

$\bar{x}_i$ میانگین نمونه i

N تعداد واحدها در نمونه (اندازهٔ نمونه)

z_i مقدار EWMA جایگذاری شده بر روی نمودار کنترل

z_0 مقدار اولیه z_i

λ مقدار پارامتر هموارساز

L_z پارامتر مورد استفاده به منظور ایجاد حد کنترل برای z_i (بیان شده به تعداد انحرافات استاندارد z)

s برآوردگر انحراف استاندارد σ

σ انحراف استاندارد واقعی توزیع x

σ_0 انحراف استاندارد واقعی توزیع دو جمله‌ای برای $P = p_0$

$\sigma_{\bar{x}}$ انحراف استاندارد متوسط‌های n مشاهدات منفرد

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n}$$

σ_z انحراف استاندارد z_i هنگامی که i به طرف بی‌نهایت گرایش دارد

δ انحراف مرتبط با متوسط، بیان شده در تعداد انحرافات استاندارد

δ_1 بیشینه انحراف متوسط قابل قبول، بیان شده در تعداد انحرافات استاندارد

p نسبت واحدهای نامنطبق فرآیند

p_0 مقدار هدف برای نسبت واحدهای نامنطبق فرآیند

p_1 مقدار قابل امتناع بالایی برای نسبت واحدهای نامنطبق

1- Symbols and abbreviated terms

p_i نسبت واحدهای نامنطبق در iمین نمونه

c تعداد متوسط عدم انطباق‌ها

c_0 مقدار هدف برای تعداد متوسط عدم انطباق‌ها

c_1 متوسط عدم انطباق‌های قابل امتناع

c_i تعداد واحدهای نامنطبق در iمین نمونه

U_{CL} مقدار حد کنترل بالایی برای نمودار کنترل EWMA

L_{CL} مقدار حد کنترل پایینی برای نمودار کنترل EWMA، چنانچه L_{CL} منفی باشد سپس به عنوان صفر در نظر گرفته می‌شود

ARL متوسط طول دنباله

ARL_0 متوسط طول دنبالهٔ فرآیند تحت کنترل

ARL_1 متوسط طول دنبالهٔ فرآیند با تنظیم انحراف

CL خط مرکزی حد کنترل

MAXRL بیشینه طول دنباله (٪۵ احتمال اجرای بیش از حد)، بیان شده به صورت عدد صحیح

۴ EWMA برای بازرسی توسط متغیرها

۴-۱ کلیات

نمودار کنترل EWMA، متوسط‌های متحرک هندسیِ داده‌های پیشین و کنونی را به نحوی مشخص می‌کند که مقادیر متوسط‌گیری شده، وزن‌هایی به آن‌ها تخصیص داده می‌شود که به طور نمایی از حال به گذشته کاهش می‌یابند. بنابراین مقادیر متوسط، بیشتر توسط عملکرد اخیر فرآیند تحت تأثیر قرار می‌گیرند. متوسط متحرک موزون نمایی در قالب فرمول (۱) تعریف می‌شود:

$$z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda)\ z_{i-1} \qquad (۱)$$

یادآوری ۱- هنگامی که نمودار کنترل EWMA با زیرگروه‌های گویای اندازهٔ $n > 1$ مورد استفاده قرار می‌گیرد، سپس x_i به آسانی با $\bar{x}_i$ جایگزین می‌شود.

در جایی که $0 < \lambda < 1$ مقداری ثابت و مقدار آغازین (الزاماً با اولین نمونه در $i = 1$) هدف فرآیند می‌باشد، بنابراین $z_0 = \mu_0$ است.

یادآوری ۲- μ_0 می‌تواند توسط متوسط داده‌های مقدماتی برآورد شود.

نمودار کنترل EWMA، یک نمودار $\bar{X}$ برای $\lambda = 1$ می‌شود.

۴-۲ متوسط موزون توصیف شده

به منظور نشان دادن این که EWMA، متوسط موزون در تمامی میانگین‌های نمونهٔ پیشین است، طرف راست فرمول (۱) در زیربند ۴-۱ می‌تواند با z_{i-1} جایگزین شود تا فرمول (۲) به دست آید:

$$z_i = \lambda x_i + (1-\lambda)\ [\lambda x_{i-1} + (1-\lambda) z_{i-2}]$$
$$= \lambda x_i + \lambda(1-\lambda) x_{i-1} + (1-\lambda)^2\ z_{i-2} \qquad (۲)$$

در ادامهٔ جایگزینی به طور برگشت‌پذیر برای z_{i-j}، جایی که $j = 2, 3, \ldots$، در نتیجه فرمول (۳) به دست می‌آید:

$$z_i = \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j\ x_{i-j} + (1-\lambda)^i\ z_0 \qquad (۳)$$

برای $i = 1,\quad z_1 = \lambda x_1 + (1-\lambda)\mu_0$

وزن‌های $\lambda(1-\lambda)j$، به طور هندسی با سن میانگین نمونه کاهش می‌یابند. علاوه بر این، وزن‌ها برای یکتایی جمع زده می‌شوند، چون که:

$$\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j = \lambda \left[\frac{1-(1-\lambda)^i}{1-(1-\lambda)} \right] = 1-(1-\lambda)^i$$

اگر $\lambda = 0,2$، سپس وزن تخصیص یافته به میانگین کنونی نمونه، $0,2$ است و وزن‌های ارائه شده به میانگین‌های پیشین $0,16$ ، $0,128$ ، $0,1024$ و غیره می‌باشند. این وزن‌ها در شکل ۱ نشان داده شده‌اند. چون این وزن‌ها به طور هندسی نزول می‌کنند، EWMA گاهی اوقات، متوسط متحرک هندسی (GMA)[1] نامیده می‌شوند.

راهنما:

X سن میانگین نمونه ($\lambda = 0,2$ EWMA)؛

Y وزن‌های $\lambda(1-\lambda)j$

شکل ۱- وزن‌های میانگین پیشین نمونه

چون مقدار EWMA می‌تواند به عنوان متوسط موزون تمامی مشاهدات پیشین و کنونی در نظر گرفته شود، این مقدار نسبت به فرضیهٔ نرمال بودن بسیار غیرحساس است. در نتیجه، نمودار EWMA یک نمودار کنترل مطلوب برای استفاده با مشاهدات منفرد می‌باشد.

1- Geometric Moving Average

۳-۴ حدود کنترل برای نمودار کنترل EWMA

چنانچه مشاهدات x_i، متغیرهای مستقل تصادفی با واریانس σ^2 باشند، آنگاه واریانس z_i توسط فرمول (۵) ارائه می‌شود:

$$\sigma^2_{z_i} = \sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) \left[1 - (1-\lambda)^{2i} \right] \qquad (۵)$$

بنابراین، نمودار کنترل EWMA از طریق تعیین z_i در مقابل شمارهٔ نمونه i (یا زمان) رسم می‌شود. خط مرکزی و حدود کنترل برای نمودار کنترل EWMA به صورت زیر می‌باشند:

خط مرکزی = μ_0

$$U_{CL} = \mu_0 + L_z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} \left[1 - (1-\lambda)^{2i} \right]} \qquad (۶)$$

$$L_{CL} = \mu_0 - L_z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} \left[1 - (1-\lambda)^{2i} \right]} \qquad (۷)$$

ضریب L_Z پهنای حدود کنترل می‌باشد و مقدار آن بستگی به سطح اطمینان دارد. در مورد نمودارهای $\bar{X} - R$، حدود ۳σ برای (±۳σ) ٪ ۹۹٫۷۳ اطمینان رسم می‌شوند. به طور مشابه، بر روی نمودار کنترل EWMA، این سطح اطمینان بسته به الزامات می‌تواند تغییر کند (برای مثال، L_z=۲٫۷ اطمینان ٪ ۹۹٫۳۰۷ را ارائه می‌دهد).

تا زمانی که z_i مابین این حدود قرار می‌گیرد، هیچ اقدامی انجام نمی‌پذیرد و به محض این که z_i از حدود کنترل تجاوز کند فرآیند، خارج از کنترل در نظر گرفته می‌شود. در این حالت، فرآیند، بازنشانی[1] شده و نمودار کنترل EWMA پس از تنظیمات اولیهٔ مجدد یعنی عدم احتساب نتایج به دست آمده پیش از این بازنشانی اما با در نظر گرفتن z_0 به عنوان مقدار اولیه از سر گرفته می‌شود.

همانگونه که i بزرگتر می‌شود، عبارت $\left[1 - (1-\lambda)^{2i} \right]$ به یکتایی نزدیک می‌شود. این بدین معناست که نمودار کنترل EWMA پس از این که برای چند دورهٔ زمانی اجرا شد، حدود کنترل به مقادیر به دست آمده در حالتی دائمی[2] با استفاده از فرمول‌های (۸) و (۹) نزدیک خواهند شد:

خط مرکزی = μ_0

$$U_{CL} = \mu_0 + L_z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} \qquad (۸)$$

$$L_{CL} = \mu_0 - L_z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} \qquad (۹)$$

1- Reset
2- Steady state

در هر حال، قویاً توصیه می‌شود که از حدود کنترل دقیق استفاده شود. این امر به طور بسیار مطلوب، عملکرد نمودار کنترل را در تشخیص فرآیند خارج از هدف، سریعاً پس از این که نمودار کنترل EWMA به طور مقدماتی راه‌اندازی شد، بهبود می‌بخشد.

یادآوری- برای مقاصد عملی، از برآورد σ، با نماد s که از داده‌ها برآورد شده، استفاده شود.

۴-۴ رسم نمودار کنترل EWMA

به منظور تشریح رسم نمودار کنترل EWMA، یک فرآیند با پارامترهای زیر که از داده‌های رخداده محاسبه شده، مورد بررسی قرار می‌گیرد:

$\mu_0 = ۵۰$

$S = ۲/۰۵۳۹$

با انتخاب λ برابر با ۰/۳، به طوری که:

$$\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} = \sqrt{\frac{0,3}{1,7}} = 0,4201 \qquad (۱۰)$$

حدود کنترل در حالتی دائمی ارائه می‌شوند که از فرمول‌های (۱۱) و (۱۲) به دست می‌آیند:

$$U_{\alpha} = 50 + 3(0,4201)(2,0539) = 52,5885 \qquad (۱۱)$$

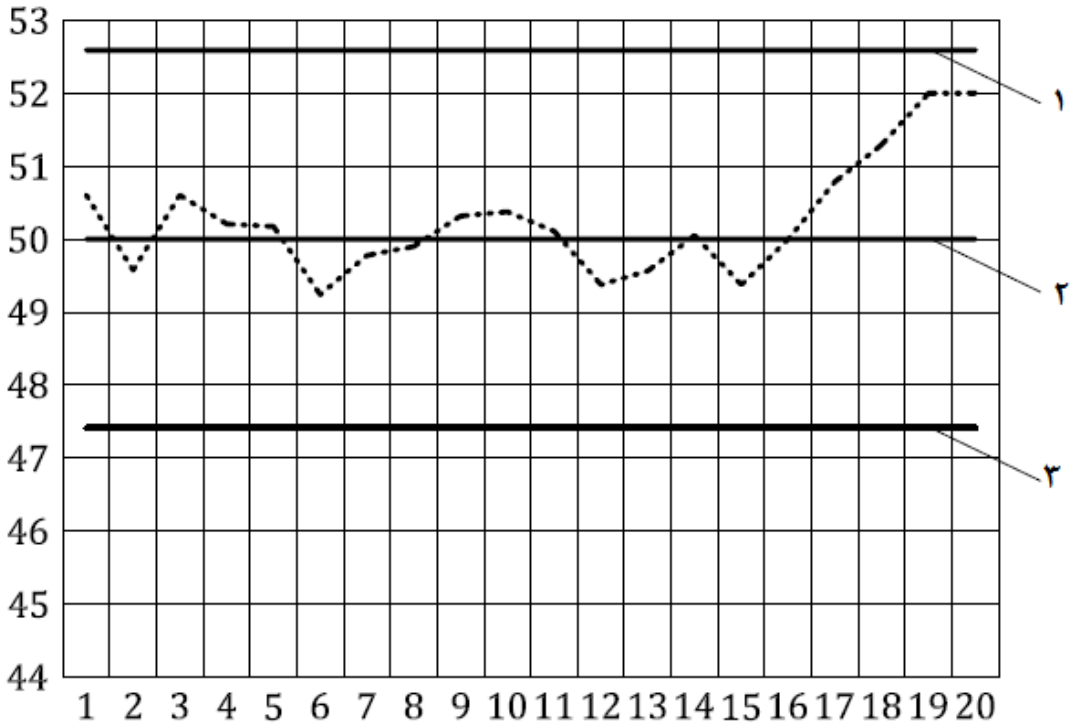
$$L_{\alpha} = 50 - 3(0,4201)(2,0539) = 47,4115 \qquad (۱۲)$$

داده‌هایی متشکل از ۲۰ نقطه به گونه‌ای که در جدول ۱ ارائه شده مورد بررسی قرار می‌گیرد.

جدول ۱- محاسبهٔ مقادیر EWMA

نمونه	x_i	مقادیر EWMA
۱	۵۲/۰	۵۰/۶۰۰۰
۲	۴۷/۰	۴۹/۵۲۰۰
۳	۵۳/۰	۵۰/۵۶۴۰
۴	۴۹/۰	۵۰/۱۸۴۸
۵	۵۰/۱	۵۰/۱۵۹۴
۶	۴۷/۰	۴۹/۲۱۱۶
۷	۵۱/۰	۴۹/۷۴۸۱
۸	۵۰/۱	۴۹/۷۵۳۷

نمونه	x_i	مقادیر EWMA
۹	۵۱٫۲	۵۰٫۲۵۷۶
۱۰	۵۰٫۵	۵۰٫۳۳۰۳
۱۱	۴۹٫۶	۵۰٫۱۱۱۲
۱۲	۴۷٫۶	۴۹٫۳۵۷۸
۱۳	۴۹٫۹	۴۹٫۵۲۰۵
۱۴	۵۱٫۳	۵۰٫۰۵۴۳
۱۵	۴۷٫۸	۴۹٫۳۷۸۰
۱۶	۵۱٫۲	۴۹٫۹۲۴۶
۱۷	۵۲٫۶	۵۰٫۷۲۷۲
۱۸	۵۲٫۴	۵۱٫۲۲۹۱
۱۹	۵۳٫۶	۵۱٫۹۴۰۳
۲۰	۵۲٫۱	۵۱٫۹۸۸۲



راهنما:

۱ U_{CL} = ۵۲٫۵۸۸۵ ؛

۲ CL = ۵۰ ؛

۳ L_{CL} = ۴۷٫۴۱۱۵ .

شکل ۲- رسم EWMA

نمودار کنترل EWMA در شکل ۲ نشان می‌دهد که فرآیند تحت کنترل است زیرا که تمامی نقاط EWMA مابین حدود کنترل قرار گرفته‌اند.

۵-۴ مثال

داده‌های ارائه شده در جدول ۲ (مشاهدات x_i) را مورد بررسی قرار دهید. ۲۰ مشاهدات اول به طور تصادفی از توزیع نرمال با میانگین μ=۱۰ و انحراف استاندارد σ =۱ در نظر گرفته می‌شوند. ۱۰ مشاهدات آخر، از توزیع نرمال با میانگین μ=۱۱ و انحراف استاندارد σ =۱ یعنی پس از این که فرآیند، تغییر در میانگین یک سیگما را تجربه کرد در نظر گرفته می‌شود.

نمودار کنترل EWMA را با λ= ۰٫۱۰ و L_z= ۲٫۷ با داده‌های ارائه شده در جدول ۲ برپا کنید. مقدار هدف میانگین، μ=۱۰ است و انحراف استاندارد، σ =۱ می‌باشد. محاسبات برای نمودار کنترل EWMA در جدول ۲ خلاصه شده و نمودار کنترل در شکل ۳ نشان داده شده است.

به منظور توضیح محاسبات، اولین مشاهدات x_i = ۹٫۴۵ را در نظر بگیرید.

اولین مقدار آمارهٔ[1] EWMA در فرمول (۱۳) نشان داده شده است:

$$z_1 = \lambda x_1 + (1-\lambda) z_0 = ۰٫۱ \times ۹٫۴۵ + ۰٫۹ \times ۱۰ = ۹٫۹۴۵۰۰ \qquad (۱۳)$$

بنابراین، z_1 = ۹٫۹۴۵۰۰ اولین مقدار نشان داده شده بر روی نمودار کنترل در شکل ۳ می‌باشد. دومین مقدار EWMA در فرمول (۱۴) نشان داده شده است:

$$z_2 = \lambda x_2 + (1-\lambda) z_1 = ۰٫۱ \times ۷٫۹۹ + ۰٫۹ \times ۹٫۹۴۵ = ۹٫۷۴۹۵۰ \qquad (۱۴)$$

سایر مقادیر آمارهٔ EWMA به طور مشابه محاسبه می‌شود.

حدود کنترل از فرمول‌های (۱۵) و (۱۶) زیر محاسبه می‌شوند:

برای دورهٔ i = ۱ :

$$U_{CL} = \mu_0 + L_z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}\left[1-(1-\lambda)^{2i}\right]}$$

$$= 10 + 2,7 \times 1 \times \sqrt{\frac{0,1}{(2-0,1)}\left[1-(1-0,1)^{2\times 1}\right]} \qquad (۱۵)$$

$$= 10,27000$$

و

1- Statistic

$$L_{CL} = \mu_0 - L_z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}\left[1-(1-\lambda)^{2i}\right]}$$

$$= 10 - 2,7 \times 1 \times \sqrt{\frac{0,1}{(2-0,1)}\left[1-(1-0,1)^{2\times 1}\right]} \qquad (۱۶)$$

$$= 9,73000$$

برای دورهٔ ۲ = i، حدود در فرمول‌های (۱۷) و (۱۸) نشان داده شده است:

$$U_{CL} = \mu_0 + L_z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}\left[1-(1-\lambda)^{2i}\right]}$$

$$= 10 + 2,7 \times 1 \times \sqrt{\frac{0,1}{(2-0,1)}\left[1-(1-0,1)^{2\times 2}\right]} \qquad (۱۷)$$

$$= 10,36325$$

و

$$L_{CL} = \mu_0 - L_z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}\left[1-(1-\lambda)^{2i}\right]}$$

$$= 10 - 2,7 \times 1 \times \sqrt{\frac{0,1}{(2-0,1)}\left[1-(1-0,1)^{2\times 2}\right]} \qquad (۱۸)$$

$$= 9,63675$$

محاسبهٔ حدود کنترل همچنین در جدول ۲ خلاصه شده و در شکل ۳ نشان داده شده است.

جدول۲- محاسبات EWMA

نمونه	x_i	EWMA z_i	U_{CL}	L_{CL}
۱	۹٫۴۵	۹٫۹۴۵۰۰	۱۰٫۲۷۰۰۰	۹٫۷۳۰۰۰
۲	۷٫۹۹	۹٫۷۴۹۵۰	۱۰٫۳۶۳۲۵	۹٫۶۳۶۷۵
۳	۹٫۲۹	۹٫۷۰۳۵۵	۱۰٫۴۲۴۰۰	۹٫۵۷۶۰۰
۴	۱۱٫۶۶	۹٫۸۹۹۲۰	۱۰٫۴۶۷۴۶	۹٫۵۳۲۵۴
۵	۱۲٫۱۶	۱۰٫۱۲۵۲۸	۱۰٫۴۹۹۹۰	۹٫۵۰۰۱۰
۶	۱۰٫۱۸	۱۰٫۱۳۰۷۵	۱۰٫۵۲۴۷۱	۹٫۴۷۵۲۹
۷	۸٫۰۴	۹٫۹۲۱۶۷	۱۰٫۵۴۳۹۸	۹٫۴۵۶۰۲
۸	۱۱٫۴۶	۱۰٫۰۷۵۵۱	۱۰٫۵۵۹۰۹	۹٫۴۴۰۹۰
۹	۹٫۲۰	۹٫۹۸۷۹۶	۱۰٫۵۷۱۰۵	۹٫۴۲۸۹۵
۱۰	۱۰٫۳۴	۱۰٫۰۲۳۱۶	۱۰٫۵۸۰۵۵	۹٫۴۱۹۴۵
۱۱	۹٫۰۳	۹٫۹۲۳۸۴	۱۰٫۵۸۸۱۳	۹٫۴۱۱۸۷
۱۲	۱۱٫۴۷	۱۰٫۰۷۸۴۶	۱۰٫۵۹۴۲۰	۹٫۴۰۵۸۰

نمونه	x_i	EWMA z_i	U_{CL}	L_{CL}
۱۳	۱۰٫۵۱	۱۰٫۱۲۱۶۱	۱۰٫۵۹۹۰۸	۹٫۴۰۰۹۲
۱۴	۹٫۴۰	۱۰٫۰۴۹۴۵	۱۰٫۶۰۳۰۰	۹٫۳۹۷۰۰
۱۵	۱۰٫۰۸	۱۰٫۰۵۲۵۱	۱۰٫۶۰۶۱۵	۹٫۳۹۳۸۵
۱۶	۹٫۳۷	۹٫۹۸۴۲۶	۱۰٫۶۰۸۷۰	۹٫۳۹۱۳۰
۱۷	۱۰٫۶۲	۱۰٫۰۴۷۸۳	۱۰٫۶۷۰۷۵	۹٫۳۸۹۲۵
۱۸	۱۰٫۳۱	۱۰٫۰۷۴۰۵	۱۰٫۶۱۲۴۱	۹٫۸۷۶۰۰
۱۹	۸٫۵۲	۹٫۹۱۸۶۴	۱۰٫۶۱۳۷۴	۹٫۳۸۶۲۶
۲۰	۱۰٫۸۴	۱۰٫۰۱۰۷۸	۱۰٫۶۱۴۸۳	۹٫۳۸۵۱۷
۲۱	۱۰٫۹۰	۱۰٫۰۹۹۷۰	۱۰٫۶۱۵۷۰	۹٫۳۸۴۳۰
۲۲	۹٫۳۳	۱۰٫۰۲۷۷۳	۱۰٫۶۱۶۴۱	۹٫۳۸۳۵۹
۲۳	۱۲٫۲۹	۱۰٫۲۴۹۴۶	۱۰٫۶۱۶۹۸	۹٫۳۸۳۰۲
۲۴	۱۱٫۵۰	۱۰٫۳۷۴۵۱	۱۰٫۶۱۷۴۵	۹٫۳۸۲۵۵
۲۵	۱۰٫۶۰	۱۰٫۳۹۷۰۶	۱۰٫۶۱۷۸۲	۹٫۳۸۲۱۸
۲۶	۱۱٫۰۸	۱۰٫۴۶۵۳۵	۱۰٫۶۱۸۱۳	۹٫۳۸۱۸۷
۲۷	۱۰٫۳۸	۱۰٫۴۵۶۸۲	۱۰٫۶۱۸۳۷	۹٫۳۸۱۶۳
۲۸	۱۱٫۶۲	۱۰٫۵۷۳۱۴	۱۰٫۶۱۸۵۷	۹٫۳۸۱۴۳
۲۹	۱۱٫۳۱	۱۰٫۶۴۶۸۲	۱۰٫۶۱۸۷۳	۹٫۳۸۱۲۶
۳۰	۱۰٫۵۲	۱۰٫۶۳۴۱۴	۱۰٫۶۱۸۸۷	۹٫۳۸۱۱۳

ممکن است از شکل ۳ یادآوری شود که حدود کنترل در پهنا افزایش می‌یابند همانگونه که i از ، ... ، ۲ ، ۱ = i افزایش می‌یابد تا این که حدود کنترل به صورت مقادیری با ثبات که در فرمول‌های (۱۹) و (۲۰) ارائه شده، پایدار شوند:

$$U_{CL} = \mu_0 + L_z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}$$

$$= 10 + 2,7 \times 1 \times \sqrt{\frac{0,1}{(2-0,1)}} \qquad (۱۷)$$

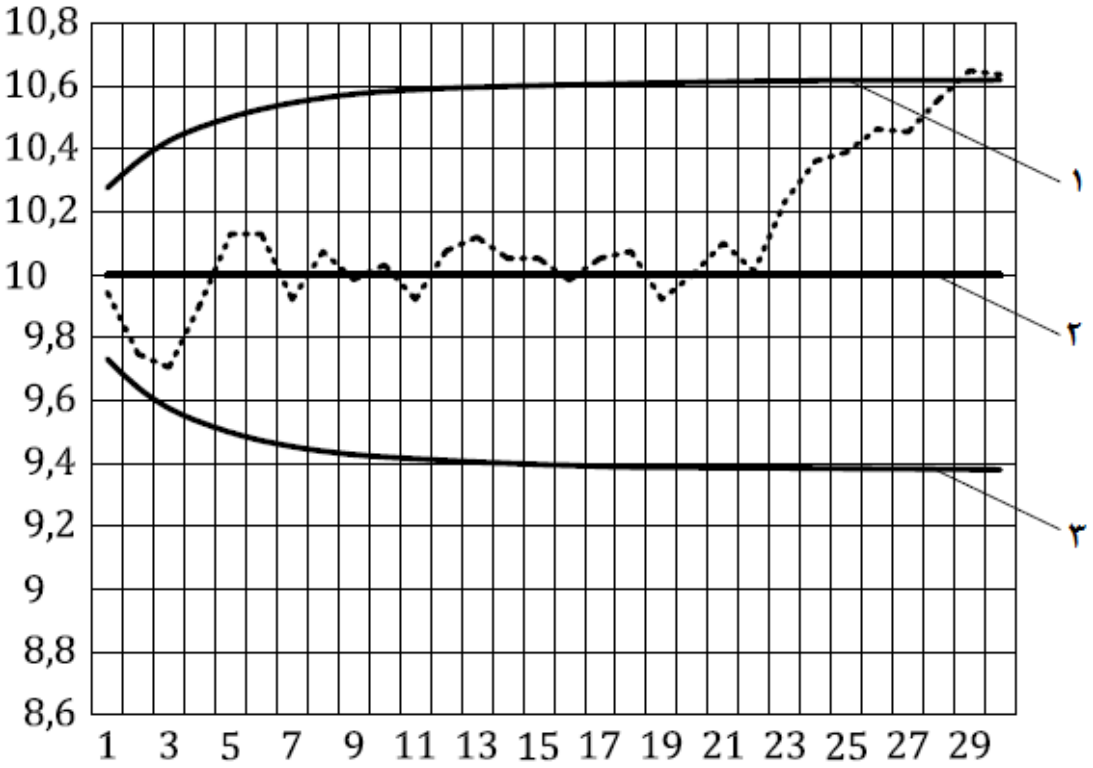
$$= 10,61942$$

و

$$L_{CL} = \mu_0 - L_z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}$$

$$= 10 - 2,7 \times 1 \times \sqrt{\frac{0,1}{(2-0,1)}} \qquad (۱۸)$$

$$= 9,38058$$



راهنما:

۱ U_{CL} = ۱۰٫۶۲ ؛

۲ CL = ۱۰٫۰۰ ؛

۳ L_{CL} = ۹٫۳۸ .

شکل ۳- نمودار کنترل EWMA

نمودار کنترل EWMA نشان می‌دهد که مشاهدهٔ ۲۸ ، فراتر از U_{CL} رفته است. بنابراین، نتیجه گرفته می‌شود که فرآیند خارج از کنترل می‌باشد.

۵ انتخاب نمودار کنترل

۵-۱ نمودار کنترل شوارت در مقایسه با نمودار کنترل EWMA

برخلاف نمودار کنترل شوارت، این ممکن نیست که احتمال تشخیص شیفت در فرآیند بر اساس یک نمونه یافت شود زیرا که احتمال، مقداری ثابت نیست. این به تعدادی از نمونه‌ها بستگی دارد. هر فردی می‌تواند این احتمال را برای هر نمونه محاسبه کند، اما این احتمال‌ها آن قدر زیاد و متعدد هستند که در عمل مورد استفاده قرار گیرند.
بنابراین، اثربخشی فن EWMA مطابق با ARL، یعنی متوسط تعداد نمونه‌های متوالی مورد نیاز برای تشخیص شیفت مورد قضاوت قرار می‌گیرد.

اگر فرآیند تحت کنترل باشد، انتظار می‌رود که تعداد کمی هشدارهای غیر واقعی وجود داشته باشد، یعنی این که متوسط تعداد نمونه‌ها پیش از هشدارِ غیر واقعی بیشتر باشد (ARL_0 بین ۱۰۰ و ۱۰۰۰ در نظر گرفته شود).
به عبارت دیگر، در صورت وقوع شیفت، انتظار می‌رود که این در حد امکان سریعاً تشخیص داده شود، یعنی تعداد نمونه‌ها مابین لحظهٔ وقوع شیفت و اولین نقطهٔ خارج از حدود کنترل، پایین‌ترینِ ممکن باشد (ARL_1 پایین).

در مقایسه با نمودار کنترل شوارت، فن EWMA برای شیفت‌های جزئی یا متعادل به شدت اثربخش است: هر قدر λ کم‌تر باشد، اثربخشی بیشتر خواهد بود. به عبارت دیگر، نمودار کنترل شوارت برای انحراف‌های ناگهانی و زیاد، بیشتر مؤثر واقع می‌شود.
اثربخشی نمودار، به اندازهٔ نمونه بستگی دارد: هر قدر n بیشتر باشد، اثربخشی بهتر خواهد بود (به پیوست ت مراجعه شود).

۵-۲ متوسط طول دنباله

جدول ۳، ARL و MAXRL نمودار را به عنوان تابعی از انحراف، $\delta\sqrt{n}$، ارائه می‌دهد. بنابراین، اثربخشی برای هر مقدار n می‌تواند به دست آید.
برای مـثال، نمودار کنترل EWMA با λ= ۰٫۵، L_z= ۲٫۹۷۹ و n= ۱، شیفت δ = ۱ انحراف استاندارد را در ۱۴٫۵ نمونه در متوسط تشخیص می‌دهد زیـرا که $\delta\sqrt{n}$ = ۱ می‌باشد. در حالی که همان نمودار با n= ۴، آن را در ۳٫۲ نمونه، تشخیص می‌دهد زیرا که $\delta\sqrt{n}$ = ۲ است.
در جدول ۳، مقادیر L_z برای فنون EWMA طوری انتخاب شده‌اند که ARL (متوسط طول دنباله) برابر ۳۷۰ است (یعنی مشابه نمودار کنترل شوارت) با حدود کنترل ایجاد شده در $\pm 3\sigma\sqrt{n}$ به هنگامی که شیفت، δ، برابر با صفر است. بنابراین شما می‌توانید اعداد و ارقام در شش ستون را به طور مستقیم مقایسه کنید زیرا این سؤالی برای روش‌های اجرایی است که دارای تعداد یکسان هشدارهای غیر واقعی هستند. جدول ۳ نشان می‌دهد که اثربخشی برای تشخیص شیفت‌های جزئی، برای مقادیر کوچک λ بهتر است (برای مثال،ARL برای $\delta\sqrt{n}$ = ۱ از ۱۴٫۹ به ۷٫۶ می‌رود) و برای انحراف‌های عمده به صورت معکوس است (برای مثال،ARL برای $\delta\sqrt{n}$ = ۳ از ۱٫۶ به ۱٫۵ می‌رود).

گزینش λ و L_z برای به دست آوردن متوسط طول دنباله به نحوی انجام می‌شود که یک فرد در روندی قیاسی به عنوان هدف کیفی در نظر می‌گیرد. بنابراین، یک فرد بدین گونه نمودارهایی به دست می‌آورد که به الزامات عملی صنعت یا خدمات متناظر می‌شود.

جدول ۳- مقایسهٔ میانگین دوره‌های عملیاتی نمودارهای کنترل EWMA و شوارت

شیفت	نمودار کنترل شوارت		نمودارهای کنترل EWMA									
	$\lambda=$ ۱٫۰ $L_z=$ ۳٫۰		$\lambda=$ ۰٫۵ $L_z=$ ۲٫۹۷۹		$\lambda=$ ۰٫۴ $L_z=$ ۲٫۹۶۱		$\lambda=$ ۰٫۳ $L_z=$ ۲٫۹۲۸		$\lambda=$ ۰٫۲ $L_z=$ ۲٫۸۶۴		$\lambda=$ ۰٫۱ $L_z=$ ۲٫۷۱۵	
$\sigma\sqrt{n}$	ARL	MAXRL	ARL	MAXRL	ARL	MAXRL	ARL	MAXRL	ARL	MAXRL	ARL	MAXRL
۰٫۰۰	۳۷۰٫۴		۳۷۰٫۴		۳۷۰٫۸		۳۷۰٫۹		۳۷۰		۳۷۰٫۹	
۰٫۲۵	۲۸۱٫۲	۸۴۲	۱۹۵٫۷	۵۸۴	۱۷۳٫۸	۵۱۸	۱۴۸٫۵	۴۴۱	۱۱۹٫۶	۳۵۳	۸۶٫۳	۲۴۸
۰٫۵۰	۱۵۵٫۲	۴۶۴	۷۱٫۳	۲۱۱	۵۸٫۰	۱۷۰	۴۵٫۸	۱۳۲	۳۵٫۰	۹۷	۲۵٫۷	۶۶
۰٫۷۵	۸۱٫۲	۲۴۲	۲۹٫۹	۸۶	۲۴٫۰	۶۷	۱۹٫۲	۵۲	۱۵٫۴	۳۹	۱۲٫۵	۲۹
۱٫۰۰	۴۳٫۹	۱۳۰	۱۴٫۹	۴۱	۱۲٫۳	۳۳	۱۰٫۳	۲۶	۸٫۸	۲۱	۷٫۶	۱۷
۱٫۲۵	۲۵٫۰	۷۴	۸٫۷	۲۳	۷٫۵	۱۸	۶٫۶	۱۵	۵٫۹	۱۳	۵٫۳	۱۱
۱٫۵۰	۱۵٫۰	۴۴	۵٫۷	۱۴	۵٫۱	۱۲	۴٫۷	۱۰	۴٫۳	۹	۳٫۹	۸
۱٫۷۵	۹٫۵	۲۷	۴٫۱	۹	۳٫۸	۸	۳٫۶	۷	۳٫۴	۷	۳٫۱	۶
۲٫۰۰	۶٫۳	۱۸	۳٫۲	۷	۳٫۰	۶	۲٫۹	۶	۲٫۷	۵	۲٫۵	۵
۲٫۲۵	۴٫۴	۱۲	۲٫۶	۵	۲٫۵	۵	۲٫۴	۵	۲٫۳	۴	۲٫۱	۴
۲٫۵۰	۳٫۲	۹	۲٫۲	۴	۲٫۱	۴	۲٫۰	۴	۲٫۰	۴	۱٫۸	۳
۲٫۷۵	۲٫۵	۶	۱٫۹	۴	۱٫۸	۳	۱٫۸	۳	۱٫۷	۳	۱٫۶	۳
۳٫۰۰	۲٫۰	۵	۱٫۶	۳	۱٫۶	۳	۱٫۶	۳	۱٫۵	۳	۱٫۵	۳

۳-۵ گزینش پارامترها برای نمودار کنترل EWMA

۱-۳-۵ گزینش λ

هر چه λ کوچکتر باشد داده‌های پیشین، بیشتر در نظر گرفته می‌شوند و انحراف‌های جزئی بهتر تشخیص داده می‌شوند. به عبارت دیگر، انحراف‌های عمده و ناگهانی، کمتر به خوبی تشخیص داده می‌شوند.

هر چه λ بزرگتر باشد داده‌های پیشین، کمتر در نظر گرفته می‌شوند و انحراف‌های با فعالیت مجدد تا عمدهٔ و ناگهانی، بهتر خواهند بود. به عبارت دیگر، انحراف‌های جزئی، کمتر به خوبی تشخیص داده می‌شوند.
گزینش λ بر اساس تجربه‌ای که یک فرد از فرآیند دارد، انجام می‌شود. به طور کلی، $۰٫۰۵ \leq \lambda \leq ۰٫۵۰$ در عمل به خوبی کارساز است.

ــ چنانچه انحراف‌های کُند مورد انتظار باشد، توصیه می‌شود مقدار λ بین ۰٫۰۵ تا ۰٫۲۵ انتخاب شود؛

ــ چنانچه یک فرد از شیفت‌های ناگهانی و بزرگِ متعادل نگران باشد، توصیه می‌شود ترجیحاً مقدار λ نزدیک به ۰٫۵ انتخاب شود.

رایج‌ترین مقادیر مورد استفادهٔ λ به طور فراگیر، مابین ۰٫۲۵ و ۰٫۵ می‌باشند. یادآوری می‌شود در صورتی که $\lambda = ۱$ اختیار شود، نمودار همان نمودار کنترل شوارت است.

۵-۳-۲ گزینش L_z

پارامتر L_z ، مضرب انحراف استاندارد زیرگروه است که حدود کنترل را ایجاد می‌کند. L_z به منظور جور شدن با سایر نمودارهای کنترل نوعاً در ۳ تنظیم می‌شود، اما ممکن است برای مقادیر کوچک λ، ضروری باشد که اندکی کاهش یابد. L_z مابین ۲٫۶ و ۲٫۸ مفید واقع می‌شود هنگامی که $\lambda \leq ۱$ باشد.

یادآوری- λ و L_z ممکن است توسط رسم داده‌ها بر روی کاغذ احتمال نمایی و با استفاده از جداول نرمال استاندارد تعیین شوند.

۵-۳-۳ محاسبهٔ n

جدول ۴، پارامترهای نمودار کنترل EWMA را برای اثربخشی داده شده، ارائه می‌دهد: تنظیم ARL_0 هنگامی که فرآیند تحت کنترل است و تنظیم ARL_1 هنگامی که فرآیند توسط مقدار داده شدهٔ δ_1، شیفت یافته است. جدول ۴، مقادیر L_z و λ که قابلیت دستیابی به اثربخشی مطلوب را دارند، ارائه می‌دهد.
بیشینه شیفت قابل قبول δ_1 متوسط در فرمول (۲۱) نشان داده شده است:

$$\delta_1 = \min \left\{ \frac{U_{1/4} - \mu_0}{\sigma_0}, \frac{\mu_0 - U_{1/4}}{\sigma_0} \right\} \qquad (۲۱)$$

به صورت زیر ادامه دهید:

ــ مرحلهٔ ۱: تعداد متوسط نمونه‌ها (ARL_0) مورد دلخواه را بین دو هشدار غیر واقعی (عموماً مابین ۱۰۰ و ۱۰۰۰) انتخاب کنید. این، گزینش ستون جدول ۴ را تعیین می‌کند.

ـــ مرحلهٔ ۲: تعداد متوسط نمونه‌ها (ARL_1) مورد نیاز را به منظور تشخیص بیشینه شیفت قابل قبول δ_1 انتخاب کنید. سپس در جدول در ستونی که قبلاً مشخص شده، مقدار ARL_1 که نزدیکترین به هدف است را جستجو کنید. مقادیر L_z و λ مرتبط با ARL_1 را بخوانید. خط مورد نظر، $\delta_1\sqrt{n}$ و در نتیجه n را ارائه می‌دهد.

ـــ مرحلهٔ ۳: چنانچه n به دلایل عملی (هزینه، امکان‌سنجی و غیره) بیش از اندازه بالا باشد، پس از کاهش الزامات در مورد پارامترهای ورودیِ جدول ۴ (ARL_0، ARL_1 و δ_1)، به مرحلهٔ ۱ مراجعه کنید.

جدول ۴- تعیین L_z و λ به عنوان تابعی از طول‌های دنبالهٔ کنترل شده و کنترل نشده (ARL_0 و ARL_1) و انحراف δ_1

$\delta_1\sqrt{n}$	**ARL هنگامی که فرآیند تحت کنترل است، ARL_0**			
	۱۰۰	۳۷۰	۵۰۰	۱۰۰۰
۰٫۵	λ = ۰٫۰۷ L_z = ۲٫۰۱ ARL_1 = ۱۷٫۳	λ = ۰٫۰۶ L_z = ۲٫۵۵ ARL_1 = ۲۶٫۵	λ = ۰٫۰۵ L_z = ۲٫۶۲ ARL_1 = ۲۸٫۷	λ = ۰٫۰۴ L_z = ۲٫۸۲ ARL_1 = ۳۴٫۳
۰٫۷۵	λ = ۰٫۱۲ L_z = ۲٫۲۱ ARL_1 = ۱۰٫۳	λ = ۰٫۱۰ L_z = ۲٫۷۰ ARL_1 = ۱۴٫۷	λ = ۰٫۰۹ L_z = ۲٫۷۹ ARL_1 = ۱۵٫۸	λ = ۰٫۰۷ L_z = ۲٫۹۷ ARL_1 = ۱۸٫۴
۱٫۰	λ = ۰٫۱۹ L_z = ۲٫۳۵ ARL_1 = ۷٫۰	λ = ۰٫۱۵ L_z = ۲٫۸۰ ARL_1 = ۹٫۶	λ = ۰٫۱۵ L_z = ۲٫۹۱ ARL_1 = ۱۰٫۲	λ = ۰٫۱۳ L_z = ۳٫۱۱ ARL_1 = ۱۱٫۷
۱٫۵	λ = ۰٫۳۳ L_z = ۲٫۴۷ ARL_1 = ۳٫۹	λ = ۰٫۲۶ L_z = ۲٫۹۰ ARL_1 = ۵٫۲	λ = ۰٫۲۴ L_z = ۲٫۹۹ ARL_1 = ۵٫۵	λ = ۰٫۲۲ L_z = ۳٫۲۰ ARL_1 = ۶٫۱
۲٫۰	λ = ۰٫۵۲ L_z = ۲٫۵۴ ARL_1 = ۲٫۶	λ = ۰٫۴۰ L_z = ۲٫۹۶ ARL_1 = ۳٫۳	λ = ۰٫۳۷ L_z = ۳٫۰۵ ARL_1 = ۳٫۵	λ = ۰٫۳۵ L_z = ۳٫۲۵ ARL_1 = ۳٫۹
۲٫۵	λ = ۰٫۶۶ L_z = ۲٫۵۶ ARL_1 = ۱٫۸۹	λ = ۰٫۵۴ L_z = ۲٫۹۸ ARL_1 = ۲٫۳۸	λ = ۰٫۵۲ L_z = ۳٫۰۷ ARL_1 = ۲٫۵۰	λ = ۰٫۴۶ L_z = ۳٫۲۷ ARL_1 = ۲٫۷۶
۳٫۰	λ = ۰٫۸۱ L_z = ۲٫۵۷ ARL_1 = ۱٫۴۵	λ = ۰٫۷۰ L_z = ۲٫۹۹ ARL_1 = ۱٫۷۸	λ = ۰٫۷۰ L_z = ۳٫۰۹ ARL_1 = ۱٫۸۶	λ = ۰٫۶۶ L_z = ۳٫۲۹ ARL_1 = ۲٫۰۶

یادآوری- اگر ARL_1 زیر ۱٫۴۰ انتخاب شود، از نمودار کنترل شوارت استفاده می‌شود.

۵-۳-۴ مثال

برای یک فرآیند، مقدار متوسط هدف $\mu_0 = ۱۰۰$ و انحراف استاندارد $\sigma_0 = ۰/۸$ برای به دست آوردن بیشینه یک هشدار غیر واقعی برای هر ۵۰۰ نمونه، مطلوب می‌باشد. این مورد دلخواه است که در محدودهٔ سه یا چهار نمونه، به طور متوسط، یک شیفت ± ۱ واحدی (متوسط‌های قابل رد $U_\mu = ۱۰۱$ و $U_\mu = ۹۹$) تشخیص داده شود.

- از جدول ۴، ستونی که با $ARL_0 = ۵۰۰$ متناظر می‌شود را انتخاب کنید.
- در این ستون، ARL_1 که به ۳ نزدیکترین است را جستجو کنید. ۳/۵ متناظر با $L_z = ۳/۰۵$ و $\lambda = ۰/۳۷$ برای $\delta\sqrt{n} = ۲$ را پیدا کنید.
- $\delta_1 = \min\left(\frac{1}{0,8};\frac{1}{0,8}\right) = 1,25$ را محاسبه کنید. نظر به این که $\delta\sqrt{n} = ۲$، استنتاج می‌شود $n = \left(\frac{2}{1,25}\right)^2 = 2,56 \cong 3$، که به عدد صحیح بالاتر گرد شده است (در نتیجه، اثربخشیِ تشخیص، بهبود یافته است).

۶ روش اجرایی برای پیاده‌سازی نمودار کنترل EWMA

پیاده‌سازی نمودار کنترل EWMA، مشابه هر نوع روش اجرایی کنترل دیگر است. روش اجرایی بر اساس این فرضیه بنا شده که داده‌های رخدادهٔ «خوب»، معرف فرآیند تحت کنترلی است که با داده‌های آتی از همان فرآیند برای توافق با داده‌های رخداده، مورد آزمون قرار می‌گیرد. برای شروع روش اجرایی، مقدار هدف (متوسط) و انحراف استاندارد فرآیند از داده‌های رخداده، برآورد می‌شوند. سپس فرآیند وارد مرحلهٔ پایش شده که با آماره‌های EWMA در برابر حدود کنترل، محاسبه و آزمون می‌شود.

۷ حساسیت EWMA به غیرنرمال بودن

برای زیرگروه به اندازهٔ یک، هم نمودار کنترل شوارت و هم نمودار کنترل EWMA هر دو ممکن است مورد استفاده قرار گیرند. با این وجود، یک نمودار کنترل منفرد به غیرنرمال بودن حساس است در حالی که یک نمودار کنترل EWMA که به نحوی مناسب طراحی شده باشد نسبت به فرضیهٔ نرمال بودن، کمتر حساس است.

۸ مزیت‌ها و محدودیت‌ها

۸-۱ مزیت‌ها

الف- نمودار کنترل شوارت، تنها از مشاهده یا نمونهٔ کنونی برای پایش فرآیند استفاده می‌کند. نمودار کنترل EWMA، تمامی مشاهدات پیشین را به کار می‌گیرد اما همچنان که مشاهدات، قدیمی‌تر و قدیمی‌تر می‌شوند

وزن متصل به داده‌ها به طور نمایی نزول می‌کند. بسته به مقدار λ ، وزن بیشتری به مقدار پیشینِ اخیر داده می‌شود. از طریق متنوع‌سازی پارامتر آمارهٔ EWMA، حافظهٔ نمودار کنترل EWMA می‌تواند تحت تأثیر قرار گیرد.

ب- نمودار کنترل EWMA، علیرغم مشخصه‌های کیفی که به طور غیرنرمال توزیع شده، نسبتاً قدرتمند است.

۸-۲ محدودیت‌ها

الف- نمودار کنترل EWMA به شیفت‌های کوچک در میانگین فرآیند، حساس است اما موقعیت‌های خارج از کنترل برای شیفت‌های بزرگتر را به همان سرعت نمودار کنترل شوارت آشکار نمی‌سازد. همچنین توصیه می‌شود که نمودار کنترل EWMA در بالای نمودار کنترل شوارت با حدود کنترل عریض‌تر به نحوی مناسب قرار داده شود تا شیفت‌های هم کوچک و هم بزرگ در میانگین فرآیند تشخیص داده شوند.

ب- هنگامی که نمودار کنترل EWMA با مقدار کوچک وزن λ مورد استفاده قرار می‌گیرد، سپس در آغاز تولید نمودار کنترل EWMA در تشخیص شیفت، دارای کارایی بیشتر است. همچنان که تولید به پیش می‌رود، اگر یک روند به وجود آید، متأسفانه این روند کاملاً در محدودهٔ کنترلیِ حدود کنترل نمودار EWMA، نشان داده می‌شود.

پیوست الف

(آگاهی‌دهنده)

کاربرد نمودار کنترل EWMA

فرآیند تولید پیوسته در یک شرکت داروسازی در ارتباط با پر کردن بطری‌های میزان مصرف دارو (دوز)[1] با $\mu_0 = ۱۰۰$ ml در نظرگرفته می‌شود. هدف، مشتریانی هستند که ریسک بسیار پایین حدود ٪۱۳۵ برای یافتن یک بطری زیر رواداری پایینی $T_L = ۹۹/۵$ ml داشته باشند. توصیه می‌شود از متناسب‌سازی بیش از حد به دلایل اقتصادی خودداری شود و چون مشتریان، بطری را به عنوان میزان مصرف دارو (دوز) استفاده می‌کنند، رواداری بالایی T_U برای مقادیر منفرد در ۱۰۰/۶ ml ثابت است.

هنگامی که فرآیند تحت کنترل است، انحراف استاندارد اندازه‌گیری‌های منفرد $s_0 = ۹۹/۵$ ml می‌باشد (مقدار بر روی ۱۵۰ اندازه‌گیری محاسبه شده است) و محرز شده که توزیع می‌تواند نرمال در نظر گرفته شود. متوسط ممکن است در محدودهٔ حدودی که در ۳ انحراف استاندارد بالا و پایین حدود رواداری تنظیم شده، سرگردان باشد. این امر، یک احتمال کمتر از ٪۱۳۵ خارج از مقادیر رواداری را به گونه‌ای که در فرمول‌های (الف-۱) و (الف-۲) نشان داده شده، تضمین می‌کند.

$$U_\mu = T_U - ۳\,\sigma_0 = ۱۰۰/۶ - ۳ \times ۰/۱ = ۱۰۰/۳ \qquad \text{(الف-۱)}$$

$$L_\mu = T_L - ۳\,\sigma_0 = ۹۹/۵ + ۳ \times ۰/۱ = ۹۹/۸ \qquad \text{(الف-۲)}$$

بنابراین، $\delta_1 = \min\left[\frac{(U_\mu - \mu_0)}{\sigma_0}; \frac{(\mu_0 - L_\mu)}{\sigma_0}\right] = (۱۰۰/۰ - ۹۹/۸) \div ۰/۱ = ۲/۰$

ARL_0 برابر ۵۰۰ ممکن است قابل دستیابی باشد چنانچه فرآیند به طور مناسب مرکزیت یافته و در محدودهٔ دو یا سه نمونهٔ متوالی تشخیص داده شود و همچنین هنگامی که فرآیند به مقدار $\delta_1 = ۲$ انحراف داشته باشد. جدول ۴، برای $ARL_0 = ۵۰۰$ و ARL_1 مابین ۲ و ۳، مقادیر زیر را ارائه می‌دهد.

$ARL_1 = ۲/۵۰$

$\delta_1 \sqrt{n} = ۲/۵$

$L_Z = ۳/۰۷$

$\lambda = ۳/۰۷$

بنابراین، $n = (۲/۵ \div ۲)^2 = ۱/۵۶۲۵$ در جایی که $n = ۲$ باشد (که به عدد صحیح بالاتر گرد شده در نتیجه، اثربخشیِ تشخیص، بهبود یافته است).

1- Dose

حدود کنترل در فرمول‌های (الف-۳) و (الف-۴) نشان داده شده است:

$$U_{CL} = 100 + \left(\frac{3,07 \times 0,1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{0,52}{(2 - 0,52)}} \right) = 100,129$$

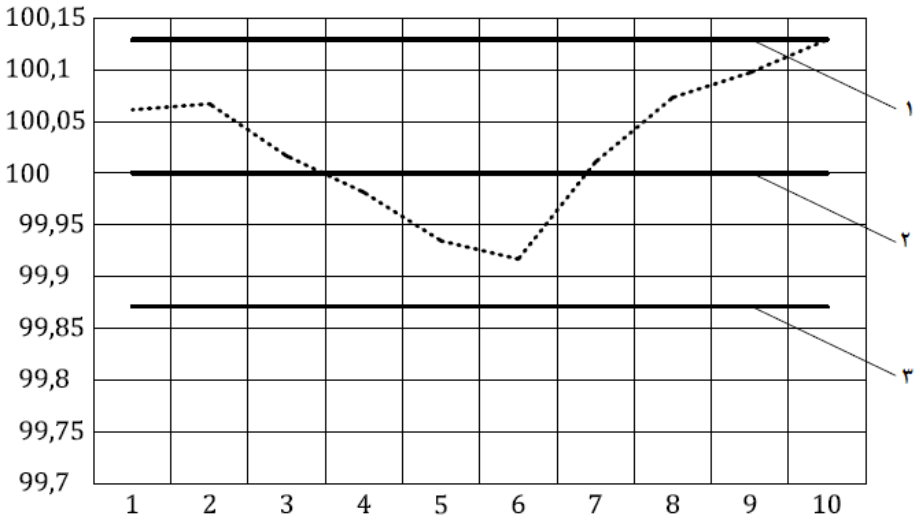
$$L_{CL} = 100 - \left(\frac{3,07 \times 0,1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{0,52}{(2 - 0,52)}} \right) = 99,871$$

مقادیر اولیه و هدف ۱۰۰ = μ_0 می‌باشند.
مقدار اولیهٔ σ_0 از طریق یک مطالعهٔ مقدماتی به دست آمده و مقدار ۰٫۱ ml را ارائه می‌دهد.
مقادیر منفرد زیر در اجرای یک کنترل (جدول الف-۱)، به دست آمده‌اند که میانگین آن‌ها، $\bar{x}_i$، دامنهٔ تغییرات آن‌ها، R_i، و آماره‌ها، z_i می‌توانند محاسبه شوند:

جدول الف-۱- محاسبهٔ نمودار کنترل شوارت و مقادیر EWMA برای $n = ۲$

نمونه	مقادیر منفرد		$\bar{x}_i$	R_i	$Z_i = ۰٫۵۲\ \bar{x}_i + ۰٫۴۸\ Z_{i-۱}$
۱	۹۹٫۹۹	۱۰۰٫۲۵	۱۰۰٫۱۲	۰٫۲۶	۱۰۰٫۰۶۲
۲	۱۰۰٫۰۱	۱۰۰٫۱۳	۱۰۰٫۰۷	۰٫۱۲	۱۰۰٫۰۶۶
۳	۹۹٫۹۸	۹۹٫۹۶	۹۹٫۹۷	۰٫۰۲	۱۰۰٫۰۱۶
۴	۹۹٫۸۴	۱۰۰٫۰۶	۹۹٫۹۵	۰٫۲۲	۹۹٫۹۸۲
۵	۹۹٫۹۳	۹۹٫۸۵	۹۹٫۸۹	۰٫۰۸	۹۹٫۹۳۴
۶	۹۹٫۸۶	۹۹٫۹۴	۹۹٫۹۰	۰٫۰۸	۹۹٫۹۱۶
۷	۱۰۰٫۰۵	۱۰۰٫۱۵	۱۰۰٫۱۰	۰٫۱۰	۱۰۰٫۰۱۲
۸	۱۰۰٫۲۸	۹۹٫۹۸	۱۰۰٫۱۳	۰٫۳۰	۱۰۰٫۰۷۳
۹	۱۰۰٫۱۷	۱۰۰٫۰۷	۱۰۰٫۱۲	۰٫۱۰	۱۰۰٫۰۹۷
۱۰	۱۰۰٫۱۳	۱۰۰٫۱۹	۱۰۰٫۱۶	۰٫۰۶	۱۰۰٫۱۳۰

شکل الف-۱ نشان می‌دهد که در دهمین نمونه، z_i ، از حد کنترل بالایی تجاوز کرده که بیانگر این است فرآیند انحراف داشته و توصیه می‌شود بازنشانی شود. پس از بازنشانی فرآیند، یک نمودار جدید را مجدداً آغاز و مقادیر پیشین را با ۱۰۰ = μ_0 = z_0 جایگزین کنید.



راهنما:

۱ U_{CL} = ۱۰۰٫۱۲۹ ؛

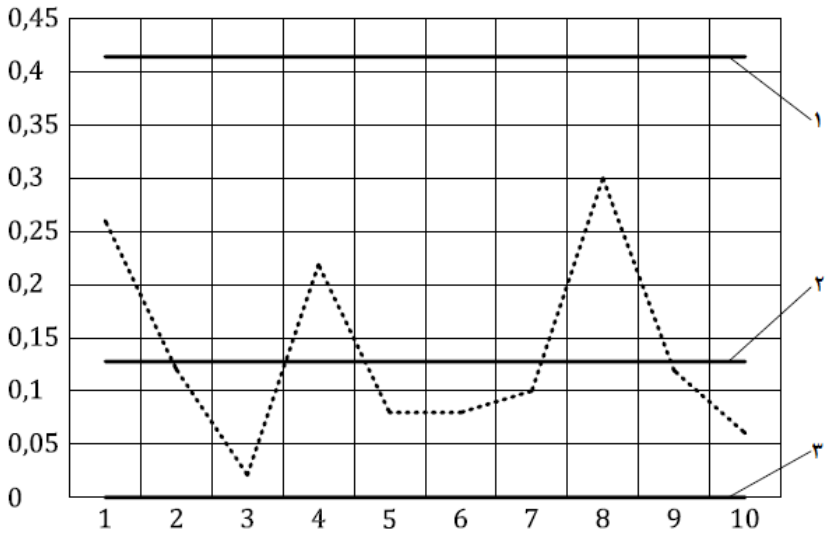
۲ CL = ۱۰۰٫۰۰۰ ؛

۳ L_{CL} = ۹۹٫۸۷۱ .

شکل الف-۱- نمودار کنترل EWMA برای کنترل متوسط

نمودار مرتبط با دامنهٔ تغییرات R_i مربوط به نمونه‌ها (شکل الف-۲)، هیچ تغییری را در پراکندگی نشان نمی‌دهد. انحراف قابل توجه به انحراف در متوسط، متناظر شده و به افزایش در پراکندگیِ فرآیند متناظر نمی‌شود.

یادآوری- محاسبات خط مرکزی و مقادیر حد کنترل برای نمودار پراکندگی (دامنهٔ تغییرات) در استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۲-۷۵۳۲ تعریف شده است.



راهنما:

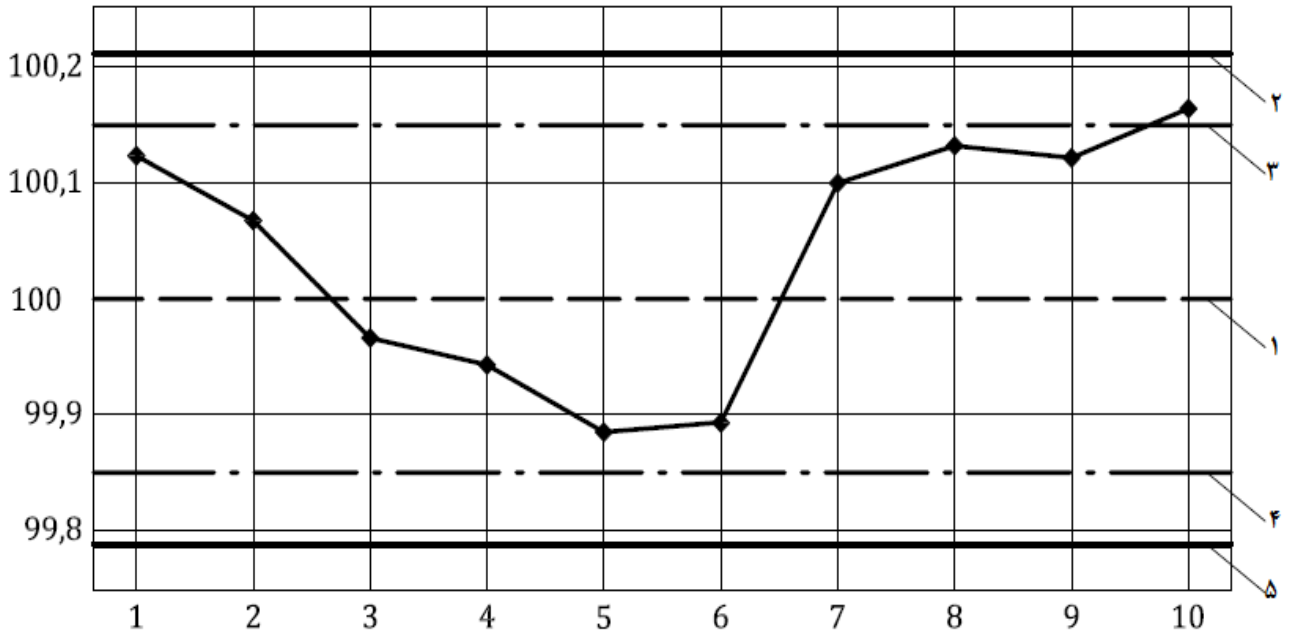
۱ حد کنترل بالایی دامنهٔ تغییرات؛

۲ دامنهٔ تغییرات هدف؛

۳ حد کنترل پایینی دامنهٔ تغییرات.

شکل الف-۲- نمودار دامنهٔ تغییرات برای کنترل پراکندگی

حدود کنترل متناظر با نمودار میانگین شوارت با $n = ۲$ و $U_{\mu} = ۳٫۹۰$ در ۱۰۰٫۲۲ و ۹۹٫۷۸ قرار گرفته‌اند. این نمودار هیچ انحراف فرآیند را تشخیص نمی‌دهد. بنابراین، ضروری است اندازهٔ نمونه‌ها دو برابر شود ($n = ۴$)، یعنی هزینهٔ کنترل به منظور تشخیص انحراف، با این داده‌ها در نظر گرفته شود (به شکل الف-۳ مراجعه شود).



راهنما:

۱ هدف

۲ حد کنترل بالایی برای $n = ۲$ ؛

۳ حد کنترل بالایی برای $n = ۴$ ؛

۴ حد کنترل پایینی برای $n = ۴$ ؛

۵ حد کنترل پایینی برای $n = ۲$.

شکل الف-۳- نمودار میانگین شوارت برای $n = ۲$ و $n = ۴$

یادآوری- این مثال، این واقعیت را تشریح می‌کند که نمودار کنترل EWMA نسبت به نمودار کنترل شوارت برای انحراف کم متوسط، بیشتر حساس است. چنانچه انحراف، سریع و زیاد باشد، نمودار کنترل شوارت آن را سریع‌تر آشکار می‌سازد.

پیوست ب

(الزامی)

کاربرد نمودار کنترل EWMA برای کنترل نسبت واحدهای نامنطبق

ب-۱ توصیف روش

این امکان وجود دارد که نمودارهای کنترل EWMA برای پایش نسبت، رسم شده و مورد استفاده قرار گیرند. این نمودار دارای مقاصد یکسان نظیر نمودار p یا نمودار np است که در استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۲-۷۵۳۲ نیز توصیف شده است. این نمودار برای تشخیص انحراف‌های جزئی یا متعادل، اثربخشی بیشتری دارد.

از نتایج نمونه‌های $p_1, p_2, ..., p_i$، مقدار z_i، متوسط موزون z_{i-1} پیشین و p_i کنونی، محاسبه می‌شود، به فرمول (ب-۱) مراجعه شود:

$$z_i = \lambda p_i + (1 - \lambda) z_{i-1} \qquad (ب-۱)$$

مقدار اولیهٔ z_0، مقدار هدف p_0 است. انحراف استاندارد σ_0، توسط s_0 برآورد می‌شود:

$$s_0 = \sqrt{p_0 (1 - p_0)} \qquad (ب-۲)$$

یادآوری- برای آزمایه‌های برنولی[1] جایی که p_0 احتمال شکست است، واریانس توسط $p_0(1 - p_0)$ ارائه می‌شود.

توصیه می‌شود یک نمودار کنترل که بر روی آن، مقادیر z_i مشخص شده رسم شود. این نمودار بهتر است به ترتیب شامل حدود کنترل بالایی و پایینی، U_{CL} و L_{CL} باشد و با استفاده از فرمول‌های (ب-۳) و (ب-۴) به دست می‌آید:

$$U_{CL} = p_0 + L_z \frac{s_0}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}} \qquad (ب-۳)$$

$$L_{CL} = p_0 - L_z \frac{s_0}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}} \qquad (ب-۴)$$

فرآیند، تا زمانی که z_i مابین حدود ذکر شدهٔ بالا قرار می‌گیرد، تحت کنترل در نظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر، هنگامی که یک مقدار از حدود کنترل تجاوز کند، گوییم فرآیند انحراف داشته است.

پس از بازنشانی، نمودار کنترل EWMA از سر گرفته شده و تنظیمات اولیه مجدداً انجام می‌گیرد، یعنی $z_0 = p_0$. نتایج پیشین که با کارگذاری فرآیندِ دیگر به دست آمده‌اند، بهتر است کنار گذاشته شوند.

یک نمودار کنترل EWMA که با یکی از نمودارهای پیشین آن برابر است ممکن است به طور مستقیم با استفاده از تعداد واحدهای نامنطبق در هر نمونه رسم شود. در پیشامد، تمامی نمونه‌ها دارای اندازهٔ یکسان، n، بوده و توصیه می‌شود که تمامی مقادیر برای p_0، p_i، z_i، σ_z، σ، U_{CL} و L_{CL} در n ضرب شوند.

1- Bernoulli trials

ب-۲ گزینش نمودار کنترل

نظیر نمودار متغیرهای EWMA، اثربخشی فن وصفی‌های EWMA مطابق با ARL به گونه‌ای که در استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۱-۷۵۳۲ توصیف شده، مورد ارزیابی قرار می‌گیرد یعنی تعداد نمونه‌های متوالی که به منظور تشخیص انحراف، مورد نیاز است. چنانچه فرآیند به طور مناسب کارگذاری شود، تعدادی هشدارهای غیر واقعی ممکن است اتفاق اُفتد، یعنی تعداد متوسط نمونه‌ها پیش از هشدار غیر واقعی ممکن است بالا باشد (به طور کلی ARL_0 مابین ۱۰۰ و ۱۰۰۰ باشد).

به عبارت دیگر، توصیه می‌شود انحراف در حد امکان به طور سریع تشخیص داده شود، یعنی این که تعداد نمونه‌های متوالی مابین لحظه‌ای که انحراف رخ می‌دهد و اولین نقطه خارج از حدود کنترل، پایین‌ترین ممکن باشد (ARL_1 پایین).

اثربخشی فن EWMA در مقایسه با نمودار p به گونه‌ای که در استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۲-۷۵۳۲ توصیف شده، بسیار خوب است و با اثربخشی فن CUSUM به گونه‌ای که در استاندارد ISO 7870-4 توصیف شده، قابل مقایسه است. فایده اثربخشی بر روی نمودار p به ویژه برای انحراف‌های جزئی یا متعادل مورد توجه است. با این وجود، نمودار p برای انحراف‌های عمدهٔ ناگهانی، اثربخشی بیشتری دارد.

برای دستیابی به ARL از جدول ۴ استفاده شود. همین طور، انتخاب L_z و λ توسط فن تعریف شده در زیربند ۵-۳ انجام می‌شود، اما استفاده از این جدول‌ها تنها هنگامی معتبر است که $np_0 > 5$ باشد.

بیشینه انحراف قابل قبول، δ_1، برابر است با $\delta_1 = \frac{(p_1 - p_0)}{s_0}$ که در آن، p_1، بیشینه نسبت واحدهای نامنطبق مجاز در تولید است.

ب-۳ مثال

یک عملیات جوشکاری توسط نمودار کنترل نسبت واحدهای نامنطبق پایش شده است. مطالعهٔ مقدماتی، قادر است نسبت متوسط p_0 مربوط به یک فرآیند پایدار که به طور مناسب کارگذاری شده را در ۰٫۰۱۹۴۵ (٪ ۱٫۹۴۵) برآورد کند. اندازهٔ نمونه n، ثابت و برابر با ۱۶۰۰ است.

هنگامی که شرط $np_0 > 5$ به طور وافر برآورده شود، فن تعریف شدهٔ بالا و جدول ۴ می‌توانند با همان اندازهٔ نمونه، مورد استفاده قرار گیرند. یک نمودار وصفی‌های EWMA دارای طول دنبالهٔ ۳۷۰ با $P = p_0$ که سریعاً نسبت واحدهای نامنطبق برابر با ۰٫۰۲۵ را تشخیص می‌دهد می‌تواند به دست آید. به فرمول (ب-۵) مراجعه شود:

$$s_0 = \sqrt{p_0(1 - p_0)} = 0{,}1381 \qquad \text{(ب-۵)}$$

در نتیجه،

$$\delta_1 \sqrt{n} = \left[\frac{(0{,}028 - 0{,}01945)}{0{,}1381}\right] \times \sqrt{1600} = 2{,}48 \qquad \text{(ب-۶)}$$

برای $ARL_0 = 370$، مقادیر زیر در جدول ۴ یافت می‌شوند:

$\delta_1\sqrt{n} == 2,5$

$\lambda = 0,54$

$L_z = 2,98$

$ARL_1 = 2,38$

حدود کنترل از طریق فرمول‌های (ب-۷) و (ب-۸) به صورت زیر استنتاج می‌شوند:

$$U_{CL} = 0,01945 + \frac{2,98 \times 0,1381}{\sqrt{1600}}\sqrt{\frac{0,54}{2 - 0,54}} = 0,0250 \qquad (ب-۷)$$

$$L_{CL} = 0,01945 - \frac{2,98 \times 0,1381}{\sqrt{1600}}\sqrt{\frac{0,54}{2 - 0,54}} = 0,0132 \qquad (ب-۸)$$

همان نمودار کنترل EWMA که برحسب تعداد واحدهای نامنطبق در نمونه‌ها بیان می‌شود در صورتی که اندازهٔ نمونه‌ها تغییر نکند یا اندکی تغییر کند، دارای پارامترهای زیر خواهد بود:

$z_0 = np_0 = 31,12 \cong 31$ واحد

$ns_0 = 220,96 \cong 221$ واحد

$U_{CL} = 41,12 \cong 41$ واحد

$L_{CL} = 21,12 \cong 21$ واحد

محاسبات برای z_i با تعداد واحدهای نامنطبق در هر نمونه انجام خواهد شد.

پیوست پ

(الزامی)

نمودارهای کنترل EWMA برای تعداد نامنطبق‌ها

پ-۱ توصیف روش

این امکان وجود دارد که نمودارهای کنترل EWMA برای پایش تعداد نامنطبق‌ها، رسم شده و مورد استفاده قرار گیرند. این نمودار دارای مقاصد یکسان نظیر نمودارهای c یا u است. این نمودار برای تشخیص انحراف‌های جزئی یا متعادل، اثربخشی بیشتری دارد. این نمودار می‌تواند برای پایش کیفیت هم در خدمات (حسابداری، تهیهٔ صورتحساب، ارسال کردن، امور دبیرخانه‌ای و غیره) و هم در تولید یا آزمایشگاه‌ها به کار برده شود. این نمودار همچنین برای پایش نرخ فراوانی سوانح (از نظر ایمنی) یا شکایات (از نظر کیفی) مورد استفاده قرار می‌گیرد.

از نتایج نمونه‌های $c_1, c_2, ..., c_i$، مقادیر متوسط موزون z_i از z_{i-1} پیشین و c_i کنونی، با استفاده از فرمول (پ-۱) محاسبه می‌شود:

$$z_i = \lambda c_i + (1 - \lambda) z_{i-1} \qquad (پ-۱)$$

مقدار اولیه، z_0، مقدار هدف، c_0 است. انحراف استاندارد با استفاده از فرمول (پ-۲) برآورد می‌شود:

$$s_0 = \sqrt{c_0} \qquad (پ-۲)$$

توصیه می‌شود یک نمودار کنترل جایی که مقادیر z_i تعیین شده‌اند، رسم شود. نظیر نمودار c، این نمودار بهتر است شامل حدود کنترل بالایی و پایینی، U_{CL} و L_{CL} باشد که به ترتیب با استفاده از فرمول‌های (پ-۳) و (پ-۴) به دست می‌آیند:

$$U_{CL} = c_0 + L_z \sqrt{c_0} \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}} \qquad (پ-۳)$$

$$L_{CL} = c_0 - L_z \sqrt{c_0} \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}} \qquad (پ-۴)$$

یک فرآیند هنگامی تحت کنترل در نظر گرفته می‌شود که z_i مابین حدود فوق قرار گیرد، در غیر اینصورت، تجاوز از مقدار تعیین شده به منزلهٔ این است که نمودار دارای انحراف بوده است.

هنگامی که تنها حد کنترل بالایی بر روی نمودار تعیین می‌شود، نمودار کنترل EWMA یک‌طرفه در نظر گرفته می‌شود. حد کنترل پایینی نیز می‌تواند به منظور تشخیص بهبود در کیفیت، شناسایی دلایل بهبود ذکر شده و تلاش برای بازتولید این بهبود بر روی نمودار مشخص شود.

پس از بازنشانی، توصیه می‌شود نمودار کنترل EWMA با مقدار z_0 (معمولاً $z_0 = c_0$) در ابتدا مجدداً تنظیم شود. نتایج پیشین که با کارگذاری فرآیندِ دیگر به دست آمده‌اند، می‌توانند کنار گذاشته شوند.

پ-۲ گزینش نمودار کنترل

نظیر نمودار c برای تعداد نامنطبق‌ها، اثربخشی فن EWMA مطابق با ARL به گونه‌ای که در استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۱-۷۵۳۲ توصیف شده، مورد ارزیابی قرار می‌گیرد یعنی تعداد نمونه‌های متوالی که به منظور تشخیص انحراف، مورد نیاز است. چنانچه فرآیند به طور مناسب کارگذاری شود، تعدادی هشدارهای غیر واقعی ممکن است اتفاق اُفتد، یعنی تعداد متوسط نمونه‌ها پیش از هشدار غیر واقعی ممکن است بالا باشد (به طور کلی ARL_0 مابین ۱۰۰ و ۱۰۰۰ باشد).

توصیه می‌شود انحراف در حد امکان به طور سریع تشخیص داده شود، یعنی این که تعداد نمونه‌های متوالی(ARL_1) مابین لحظه‌ای که انحراف رخ می‌دهد و اولین نقطه خارج از حدود کنترل، پایین‌ترین ممکن باشد.

اثربخشی فن EWMA در مقایسه با نمودار c بسیار خوب است و با اثربخشی فن CUSUM قابل مقایسه است. فایده اثربخشی بر روی نمودار c به ویژه برای انحراف‌های جزئی یا متعادل مورد توجه است. به عبارت دیگر، نمودار c مربوط به تعداد نامنطبق‌ها برای انحراف‌های بالا و ناگهانی، اثربخشی بیشتری دارد.

برای دستیابی به متوسط طول دنباله از جدول ۳ استفاده شود. انتخاب L_z و λ توسط فن تعریف شده در این استاندارد انجام می‌شود، با این وجود، استفاده از این جدول‌ها تنها هنگامی معتبر است که c_0 بزرگتر از ۵ باشد.

بیشینه انحراف قابل قبول، δ_1، برابر است با:

$$\delta_1 = \frac{(c_1 - c_0)}{s_0} \qquad \text{(پ-۵)}$$

همینطور، نمودار کنترل EWMA مربوط به نامنطبق‌ها در هر واحدِ کنترل شده می‌تواند از طریق جایگزینی c، c_0 و c_1 با u، u_0 و u_1 به دست آید.

پ-۳ مثال

مثال زیر مورد بررسی قرار گرفته است:

$c_0 = 10$

بنابراین، $s_0 = \sqrt{10} = 3{,}16$

هنگامی که شرط $c_0 \geq 5$ برآورده شود، فن ذکر شدهٔ بالا و جدول ۴ می‌توانند مورد استفاده قرار گیرند. یک نمودار کنترل EWMA برای تعداد نامنطبق‌ها با طول دنباله، ARL_0، برابر با ۳۷۰ و $c = c_0$ سریعاً تعداد متوسط نامنطبق‌ها را در هر واحد کنترلی $c_1 = 15$ تشخیص می‌دهد که می‌تواند با استفاده از فرمول (پ-۶) به دست آید:

$$\delta_1 = \frac{(15 - 10)}{\sqrt{10}} = 1{,}58 \qquad \text{(پ-۶)}$$

که در آن:

$n = 1$

$\delta_1 = \sqrt{n} = 1{,}58$

در جدول ۴، برای $\mathrm{ARL}_0 = 370$ و $\delta_1\sqrt{n} = 1{,}5$، مقادیر زیر می‌توانند به دست آیند:

$\mathrm{ARL}_1 = 5{,}2$

$L_z = 2{,}90$

$\lambda = 0{,}26$

$$U_{CL} = 10 + 2{,}9 \times 3{,}16\sqrt{\frac{0{,}26}{2 - 0{,}26}} = 13{,}54$$

$$L_{CL} = 10 - 2{,}9 \times 3{,}16\sqrt{\frac{0{,}26}{2 - 0{,}26}} = 6{,}46$$

پیوست ت

(آگاهی‌دهنده)

اثربخشی نمودار کنترل

ت-۱ گزینش n

اثربخشی نمودار به اندازهٔ نمونه‌ها بستگی دارد: هر چه n بیشتر باشد، اثربخشی بهتر خواهد بود. ضروری است که n در روندی منطقی انتخاب شود. برای این امر، دو ابزار به شرح زیر وجود دارد:

الف- منحنی اثربخش: نموداری که بر اساس انحراف δ، احتمال P_a را طوری ارائه می‌دهد که نقطهٔ رسم شده بر روی نمودار کنترل مابین حدود کنترل قرار می‌گیرد، بنابراین احتمال عدم تشخیص این انحراف (ریسک β) است. شکل ت ۱، مجموعه منحنی‌های اثربخش که مطابق با اندازهٔ n نمونه، پارامتری شده و برای ریسک α برابر با ٪۲۷ برقرار شده است را نشان می‌دهد. این، قابلیت انتخاب ریسک β و برای بیشینه انحراف مجاز δ_1 به منظور تعیین اندازهٔ نمونه‌های پذیرفته شده را دارد.

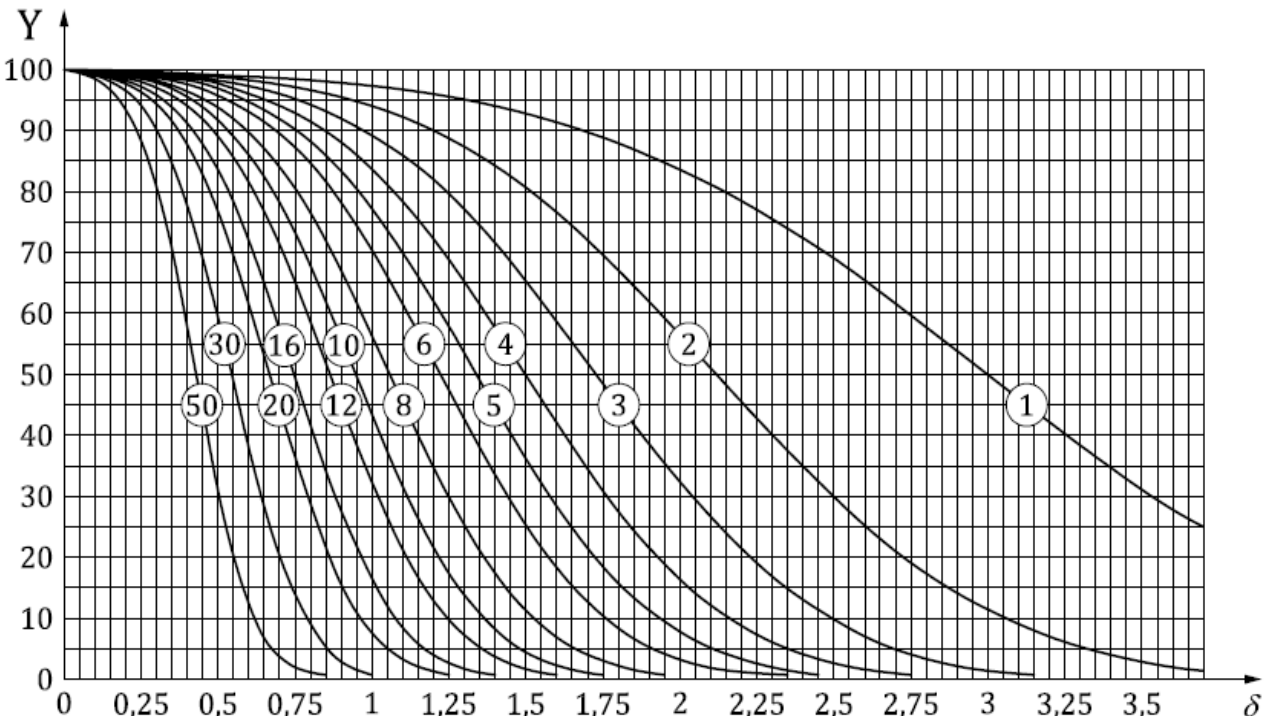
یادآوری- دسته‌هایی از منحنی‌های اثربخش می‌توانند برای سایر مقادیر α با استفاده از $\delta_1\sqrt{n} = u_1 + u_2$ جایی که u_1 و u_2 به ترتیب صدک‌های[1] توزیع نرمال استاندارد متناظر با $\frac{\alpha}{2}$ و β هستند.

ب- طول دنباله که متشکل از دو مفهوم زیر است:

۱- متوسط طول دنباله (ARL)، متوسط تعداد نمونه‌های متوالی مورد نیاز برای تشخیص انحراف δ است. اگر $\delta = \delta_1$، متوسط طول دنباله، ARL_1 نامیده می‌شود و اگر $\delta = 0$، متوسط طول دنباله، ARL_0 است. اگر تنظیم انحراف فرآیند وجود نداشته باشد سپس ARL، متوسط تعداد کنترل‌ها پیش از هشدار غیر واقعی است (ARL_0). بدیهی است این تمایل هر فرد است که یک مقدار ARL_1 پایین یا برعکس، یک مقدار ARL_0 بالا داشته باشد.

۲- بیشینه متوسط طول دنباله (MAXRL)[2]، بیشینه تعداد نمونه‌های متوالی مورد نیاز به منظور تشخیص انحراف است در صورتی که تنظیم انحراف فرآیند وجود داشته باشد. به طور دقیق‌تر، تعداد کنترل‌های مورد نیاز به منظور تشخیص انحراف تنها در کم‌تر از ٪۵ موارد از MAXRL فراتر می‌رود. تصور نظری MAXRL، توجه یک فرد را به این واقعیت جلب می‌کند که طول دنباله یک متغیر تصادفی است که دارای توزیع نامتقارن می‌باشد. در حالت واقعی، یک فرد فقط به طور متوسط مشاهده می‌کند که طول دنبالهٔ برابر با ARL، به انحراف داده شدهٔ δ و به اندازهٔ نمونهٔ داده شدهٔ n متناظر می‌شود.

1- Percentiles
2- Maximum Run Length



راهنما:

δ جابجایی متوسط در تعداد انحراف‌های استاندارد؛

Y احتمال پذیرش (ریسک δ) برحسب درصد؛

(n) اندازهٔ نمونه.

شکل ت-۱- منحنی‌های اثربخش نمودارهای کنترل شوارت (ریسک ٪۰٫۲۷ = α)

ت-۲ اثربخشی، ARL و MAXRL نمودار میانگین

احتمال P_a، ARL و MAXRL نمودار میانگین در جدول ت-۱ به عنوان تابعی از $\delta_1\sqrt{n}$ ارائه شده جایی که δ_1، بیشینه انحراف رواداشته شدهٔ متوسط برحسب تعداد انحراف‌های استاندارد می‌باشد (به زیربند ۵-۳-۳ مراجعه شود). جدول ت-۱ معتبر است تنها اگر کمیت، X، که از طریق کنترل تحت پایش است دارای توزیع نرمال باشد. با این وجود، اگر اندازهٔ نمونه بیشتر از ۵ باشد، می‌توان در نظر گرفت که حتی اگر توزیع نرمال نباشد جدول، برآوردهای قابل قبول ارائه می‌دهد. با این وجود، محاسبات اثربخشی نمودارهای پراکندگی (R و s) در مورد غیرنرمال بودن نسبت به آن‌هایی که با نمودارهای میانگین مرتبط هستند، حساس‌تر می‌باشند.

به علاوه، این مورد قبول است که نمونه‌های برداشته شده در زمان کنترل‌ها، مستقل می‌باشند. در صورت وجود خودهمبستگی[1] در بین مقادیر متوالی، محاسبات معتبر نخواهند بود. یک خودهمبستگی مثبت، اثربخشی را کاهش و تعداد هشدارهای غیر واقعی را افزایش می‌دهد.

1- Auto-correlation

ت-۳ مثال

فرض شده که مقدار متوسط به هنگامی که فرآیند تحت کنترل می‌باشد برابر $\mu_0 = 100$ و انحراف استاندارد برابر ۱٫۳ است. احتمال ٪۱۰ عدم تشخیص انحراف متوسط ۲٫۲۷۵ می‌تواند به صورت زیر به دست آید:

$$\text{انحراف استاندارد} \quad \delta_1 = \frac{102\ ,275\ - 100}{1,3} = 1,75$$

نمودار منحنی‌های اثربخش (شکل ت-۱)، نشان می‌دهد که $n = 6$ مورد نیاز است، در نتیجه $\delta_1\sqrt{n} = 4,29$.
در جدول ت-۱ (از طریق درون‌یابی[1]) برای احتمال ٪۱۰، $ARL_1 = 1,1$ و $MAXRL = 2$ می‌باشد. این نشان می‌دهد که انحراف به طور متوسط در ۱٫۱ کنترل، تشخیص داده شده و بیشینه تعداد کنترل‌های متوالی ۲ می‌باشد (تنها ٪۵ بیشتر).
جدول ت-۱ همچنین (از طریق درون‌یابی)، $\delta_1\sqrt{n} = 4,29$ را ارائه می‌دهد. بنابراین $n = 6$، که کمینه ۶ نقطه از داده‌ها می‌باشد ممکن است در آغاز قبل از اتخاذ هر تصمیمی بر اساس نمودار کنترل EWMA مشاهده شود.
در همان زمان، در صورت عدم وجود انحراف ($\delta = 0$)، یک هشدار غیر واقعی به طور متوسط پس از ۳۷۰ کنترل متوالی، ممکن است رخ دهد.

یادآوری ۱- به منظور جلوگیری از لزوم محاسبهٔ مجدد تعداد نمونه‌ها برای هر مشخصهٔ نمودار کنترل، امکان انتخاب یک رویکرد وجود دارد به طوری که برای آنچه که مشخصه، تجزیه و تحلیل نمودار کنترل را فرم می‌دهد، تعداد نمونه‌ها از پیش تعیین می‌شوند.

این رویکرد به گونه‌ای است که به منظور دستیابی به یک سازش در مورد هزینه/اثربخشی خوب، مشابه نمودارهای کنترل شوارت، تعداد نمونه‌ها ثابت می‌باشند.
بنابراین به منظور به دست آوردن محصولاتی پذیرا با ریسک‌های معین، ضروری است که متوسط‌های رد کردنی[2] به قدر کفایت از خط مرکزی نمودار، μ_0، فاصله داشته باشند.
با این قصد در ذهن، پیش از شروع تولید، ضروری است اطمینان حاصل شود که مقدار μ_0 به قدر کفایت از حدود رواداری، فاصله داشته باشد که از طریق بررسی قابلیت و کفایت بالای فرآیند انجام می‌شود.
این رویکرد، در صنایعی که تولید به طرف ساخت یک محصول، متمایل است به طور چشمگیر مورد استفاده قرار می‌گیرد.
به عبارت دیگر، برای آن دسته از صنایعی که تولید انبوه محصولات در نظر گرفته می‌شود، به کارگیری این رویکرد همیشه ممکن نیست. بهبود فرآیندهای موجود همیشه ممکن نخواهد بود. در این مورد، تعداد نمونه‌ها باید برای هر مشخصهٔ هر محصول به منظور تضمین انطباق محاسبه شوند.

یادآوری ۲- در بررسی‌های مرتبط با اثربخشی، ARL و MAXRL می‌توانند به کار برده شوند، در صورت وجود تمایل به نمودارهای کنترل شوارت، که انحراف منتخب به طور اختیاری تحت بررسی قرار داده شود.

1- Interpolation
2- Refutable

جدول ت-۱- pa ، ARL و MAXRL نمودار میانگین

$\delta\sqrt{n}$	p_a	ARL	MAXRL
۰	۰/۹۹۷۳	۳۷۰/۴	۱۱۰۹
۰/۰۸	۰/۹۹۷۲	۳۵۹/۱	۱۰۷۵
۰/۱۶	۰/۹۹۷۰	۳۲۸/۵	۹۸۳
۰/۲۴	۰/۹۹۶۵	۲۸۶/۷	۸۵۸
۰/۳۲	۰/۹۹۵۹	۲۴۲/۱	۷۲۴
۰/۴۰	۰/۹۹۵۰	۲۰۰/۱	۵۹۸
۰/۴۸	۰/۹۹۳۸	۱۶۳/۴	۴۸۹
۰/۵۶	۰/۹۹۲۵	۱۳۲/۸	۳۹۷
۰/۶۴	۰/۹۹۰۷	۱۰۷/۸	۳۲۲
۰/۷۲	۰/۹۸۸۶	۸۷/۷	۲۶۲
۰/۸۰	۰/۹۸۶۰	۷۱/۶	۲۱۳
۰/۸۸	۰/۹۸۲۹	۵۸/۶	۱۷۵
۰/۹۶	۰/۹۷۹۳	۴۸/۳	۱۴۴
۱/۰۴	۰/۹۷۵۰	۴۰/۰	۱۱۹
۱/۱۲	۰/۹۶۹۹	۳۳/۳	۹۹
۱/۲۰	۰/۹۶۴۱	۲۷/۸	۸۲
۱/۲۸	۰/۹۵۷۳	۲۳/۴	۶۹
۱/۳۶	۰/۹۴۹۵	۱۹/۸	۵۸
۱/۴۴	۰/۹۴۰۶	۱۶/۸	۴۹
۱/۵۲	۰/۹۳۰۶	۱۴/۴	۴۲
۱/۶۰	۰/۹۱۹۲	۱۲/۴	۳۶
۱/۶۸	۰/۹۰۶۷	۱۰/۷	۳۱
۱/۷۶	۰/۸۹۲۵	۹/۳	۲۷
۱/۸۴	۰/۸۷۷۰	۸/۱	۲۳
۱/۹۲	۰/۸۵۹۹	۷/۱	۲۰
۲/۰۰	۰/۸۴۱۳	۶/۳	۱۸
۲/۰۸	۰/۸۲۱۲	۵/۶	۱۶
۲/۱۶	۰/۷۹۹۵	۵/۰	۱۴

$\delta\sqrt{n}$	p_a	ARL	MAXRL
۲/۲۴	۰/۷۷۶۴	۴/۵	۱۲
۲/۳۲	۰/۷۵۱۷	۴/۰	۱۱
۲/۴۰	۰/۷۲۵۷	۳/۶	۱۰
۲/۴۸	۰/۶۹۸۵	۳/۳	۹
۲/۵۶	۰/۶۷۰۰	۳/۰	۸
۲/۶۴	۰/۶۴۰۶	۲/۸	۷
۲/۷۲	۰/۶۱۰۳	۲/۶	۷
۲/۸۰	۰/۵۷۹۳	۲/۴	۶
۲/۸۸	۰/۵۴۷۸	۲/۲	۵
۲/۹۶	۰/۵۱۵۹	۲/۱	۵
۳/۰۴	۰/۴۸۴۰	۱/۹	۵
۳/۱۲	۰/۴۵۲۲	۱/۸	۴
۳/۲۰	۰/۴۸۴۰	۱/۷	۴
۳/۲۸	۰/۳۸۹۷	۱/۶	۴
۳/۳۶	۰/۳۵۶۴	۱/۶	۳
۳/۴۴	۰/۳۳۰۰	۱/۵	۳
۳/۵۲	۰/۳۰۱۵	۱/۴	۳
۳/۶۰	۰/۲۸۷۷	۱/۴	۳
۳/۶۸	۰/۲۴۸۲	۱/۳	۳
۳/۷۶	۰/۲۲۳۶	۱/۳	۳
۳/۸۴	۰/۲۰۰۴	۱/۳	۲
۳/۹۲	۰/۱۷۸۸	۱/۲	۲
۴/۰۰	۰/۱۵۸۷	۱/۲	۲
۴/۰۸	۰/۱۴۰۰	۱/۲	۲
۴/۱۶	۰/۱۲۳۰	۱/۱	۲
۴/۲۴	۰/۱۰۷۵	۱/۱	۲
۴/۳۲	۰/۰۹۳۴	۱/۱	۲
۴/۴۰	۰/۰۸۰۸	۱/۱	۲

کتاب‌نامه

[۱] واژه‌ها و اصطلاحات آماری (ویرایش سوم): سال ۱۳۸۶- مرکز آمار ایران

[۲] استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۳-۷۵۳۲: سال ۱۳۹۴، نمودارهای کنترلی- قسمت ۳: نمودارهای کنترلی پذیرش

[۳] استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۵-۷۵۳۲: سال ۱۳۹۳، نمودارهای کنترل- قسمت ۵: نمودارهای کنترل ویژه

[۴] استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۷۵۳۳: سال ۱۳۸۳، نمودارهای کنترل میانگین عددی با حدود هشدار

[5] ISO 3534-1, Statistics — Vocabulary and symbols — Part 1: General statistical terms and terms used in probability

یادآوری- استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۱-۹۴۰: سال ۱۳۶۳، واژه‌ها و نمادهای آماری- قسمت ۱: واژه‌های عمومی آمار (چاپ چهارم)، با استفاده از استانداردهای ISO 3534:1977 و IS 7920-1:1976 تدوین شده است.

[6] ISO 3534-2, Statistics — Vocabulary and symbols — Part 2: Applied statistics

یادآوری- استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۲-۹۴۰: سال ۱۳۶۳، واژه‌ها و نمادهای آماری- قسمت ۲: واژه‌های نمونه‌گیری و کنترل فرآیند (چاپ سوم)، با استفاده از استانداردهای ISO 3534:1977 و IS 7920-2:1976 تدوین شده است.

[7] NF X06-031-1, Application de la statistique — Cartes de contrôle — Partie 1: Cartes de contrôle de Shewhart aux mesures

[8] NF X06-031-2, Application de la statistique — Cartes de contrôle — Partie 2: Cartes de contrôle aux attributs

[9] NF X06-031-3, Application de la statistique — Cartes de contrôle — Partie 3: Cartes de contrôle à moyennes mobiles avec pondération exponentielle (EWMA)

[10] NF X06-031-4, Application de la statistique — Cartes de contrôle — Partie 4: Cartes de contrôle des sommes cumulées (CUSUM)

[11] Crowder S .V. A s imple m ethod f or s tudying R un-Length D istributions o f E xponentially Weighted Moving Average Charts. Technometrics. 1987, **29** (4) pp. 401–407

[12] Crowder S .V. D esign o f E xponentially W eighted M oving A verage S chemes. J. Qual. Technol. 1989, **21** (3) pp. 155–162

[13] Lucas J.M., & Saccucci M .S. E xponentially W eighted M oving A verage C ontrol S chemes: Properties and Enhancements. Technometrics. 1990, **32** (1) pp. 1–29

[14] Montgomery Douglas C. Introduction to Statistical Quality Control, 7th Edition, 2012

[15] NIST — Engineering Statistics Handbook at http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section3/pmc324.htm

[16] Robinson P.B., & Ho T .Y. A verage Run Lengths o f Geometric Moving Average Charts by Numerical Methods. Technometrics. 1978, **20** (1) pp. 85–93